

Ein reduziertes Modell zur Untersuchung der Aeroelastizität von Tragflügeln mit Hochauftriebssystemen

Nora Linde Muriel Neuert

**Institut für Statik
Technische Universität Braunschweig
Bericht Nr. 2021-128**



Ein reduziertes Modell zur Untersuchung der Aeroelastizität von Tragflügeln mit Hochauftriebssystemen

Von der
Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades einer
Doktor-Ingenieurin (Dr.-Ing.)
genehmigte

Dissertation

von
Nora Linde Muriel Neuert
geboren am 03. Oktober 1991
aus Bielefeld

Eingereicht am: 11. März 2020

Disputation am: 22. Juli 2020

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. D. Dinkler
Prof. Dr.-Ing. P. Horst

Von der Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig
zur Erlangung des Grades
einer Doktor-Ingenieurin (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Eingereicht am: 11. März 2020

Disputation am: 22. Juli 2020

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. D. Dinkler
Prof. Dr.-Ing. P. Horst

ISBN 978-3-926031-30-3

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Dieter Dinkler

©Institut für Statik, Technische Universität Braunschweig, 2021

Kurzfassung

Ein Lösungsansatz, um dem stetig steigenden Flugverkehr zu begegnen, ist die vermehrte Nutzung bereits bestehender, kleiner Flughäfen. Diese verfügen jedoch nur über kurze Start- und Landebahnen und liegen stadtnah, sodass besondere Ansprüche an dort verkehrende Flugzeuge gestellt werden. Die Langsamflugeigenschaften sind demnach zu verbessern und die Lärmemissionen zu senken. Für Start und Landung kommen dabei Hochauftriebssysteme zum Einsatz. Das Ausblasen eines dünnen, tangentialen Strahls auf der Oberseite der Coandă-Klappe ermöglicht das Ausschlagen der Klappe um 65° , ohne einen Strömungsabriss hervorzurufen. Mit der formadaptiven Senknase gelingt es, diesen Vorteil auch bei hohen Anstellwinkeln zu nutzen. Der Strahlimpuls, der für das Erreichen des Zielauftriebs notwendig ist, wird dabei reduziert.

Ein wesentlicher Aspekt bei der Strukturauslegung eines jeden Flugzeuges ist das Zusammenwirken von Struktur und Strömung – die Aeroelastizität. Für konventionelle Flugzeuge sind im Allgemeinen hohe Geschwindigkeiten von Interesse. Aufgrund der mit den Hochauftriebssystemen veränderten Aerodynamik steht bei den vorgestellten Untersuchungen hingegen der Langsamflug im Fokus. Die Untersuchung der Aeroelastizität erfolgt mit den Substrukturen Tragflügel und Triebwerk. Mit der Transformation in den Modalraum sind die Schwingungseigenschaften der Substrukturen maßgebend für die Untersuchung. Die Parametrisierung der Masse der Tankfüllung und des Winkels der Coandă-Klappe ermöglicht die Untersuchung für verschiedene Flugzustände. Die Aerodynamik wird unter Anwendung numerischer Strömungssimulationen für das Profil DLR-F15 quantifiziert. Neben der stationären Aerodynamik erfolgt eine frequenzabhängige Betrachtung der bewegungsinduzierten, instationären Aerodynamik mit Hilfe eines Impulsverfahrens am Profil. Die Korrektur der Profildaten auf eine realistische Druckverteilung entlang des Tragflügels mit Triebwerk erfolgt mit der Streifentheorie und einer erweiterten Traglinientheorie nach PRANDTL. Als Vergleich dienen Druckverteilungen aus dreidimensionalen Strömungssimulationen. Die abschließende Modal-Analyse der untereinander und mit der Aerodynamik gekoppelten Substrukturen gibt Auskunft über das dynamische Verhalten der Gesamtstruktur.

Bereits die Profilaerodynamik deutet auf potentiell instabile Bereiche hin. Sowohl das Biegeflattern als auch das Nickflattern mit jeweils einem Freiheitsgrad scheinen mit den untersuchten Hochauftriebssystemen möglich. Untersuchungen am Profil bestätigen das Verhalten für die Biegeschwingung, jedoch nicht für die Nickschwingung. Die Anstellwinkel, bei denen das Phänomen am Profil auftritt, sind zunächst nicht von Interesse, da sie sehr niedrig sind. Bei der Modellierung des Tragflügels mit der Streifentheorie zeigt sich, dass die Biegeschwingung grundsätzlich auch am Tragflügel auftreten kann. Die 3D-Korrektur mit der PRANDTL'schen Traglinientheorie führt zu einer starken Reduktion der effektiven Anstellwinkel, womit die gefährdeten niedrigen Anstellwinkel eine größere Bedeutung bekommen. Infolgedessen zeigt sich die Gefahr des Biegeflatterns für den Tragflügel mit Triebwerk in relevanten Flugbereichen.

Abstract

One approach to cope with the steady increase in air traffic is to make greater use of existing small airports. However, these only have short runways and are close to populated areas, wherefore aircrafts are subject to particular demands. The slow flight characteristics must therefore be improved and noise emissions must be reduced. High-lift systems are used for take-off and landing. Blowing out a thin tangential jet on top of the Coandă flap allows to deflect the flap by 65° without causing stall. With the shape-adaptive droopnose, this advantage can also be used at high angles of attack. The jet momentum required to reach target maximum lift is reduced.

An essential aspect in the structural design of any aircraft is the interaction of structure and flow – the aeroelasticity. For conventional aircraft, generally high speeds are of interest. However, due to the high-lift systems the aerodynamics differ. Therefore the focus of the investigations presented here is on slow flight. The investigation of the aeroelasticity is performed with the substructures wing and engine. With the transformation into modal space, the vibration characteristics of the substructures are decisive for the investigation. The parameterisation of the mass of the tank filling and the angle of the Coandă flap allows the examination for different flight conditions. The aerodynamics are quantified using numerical flow simulations for the DLR-F15 profile. In addition to the steady aerodynamics, a frequency-dependent consideration of the motion-induced, transient aerodynamics is carried out with an impulse method on the profile. Transferring the profile data to a realistic pressure distribution along the wing with engine is implemented by using strip theory and an extended lifting line theory according to PRANDTL. Pressure distributions from three-dimensional flow simulations serve as a comparison. The final modal analysis of the substructures coupled with each other and with the aerodynamics provides information about the dynamic behaviour of the overall structure.

The profile aerodynamics already indicate potentially unstable areas. Both bending flutter and pitch flutter, each with one degree of freedom, seem possible with the investigated high-lift systems. Investigations on the profile confirm the behaviour for the bending, but not for the pitch flutter. The angles of attack at which the profile phenomenon occurs are not of interest at first because they are very low. When modelling the wing with strip theory, it becomes apparent that bending flutter can also occur on the wing. The 3D-correction with PRANDTL's lifting line theory leads to a strong reduction of the effective angles of attack. The endangered low angles of attack become more important. As a result, the danger of bending flutter for the wing with engine becomes apparent in relevant flight areas.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Veranlassung	1
1.2	Zielsetzung	2
1.3	Vorgehensweise	2
2	Grundlagen der Modellbildung	4
2.1	Beschreibung des Schwingungsverhaltens von Strukturen	4
2.1.1	Modal-Analyse und generalisierte Koordinaten	5
2.1.2	Substrukturtechnik	7
2.2	Aerodynamik	9
2.2.1	Grundlagen des Hochauftriebs	11
2.2.2	PRANDTL'sche Traglinientheorie	12
2.2.3	Numerische Strömungssimulationen	14
2.3	Aeroelastik	15
2.3.1	Aeroelastische Phänomene	16
2.3.2	Instationäre Aerodynamik	17
2.3.3	Kopplung von Struktur und Aerodynamik im Modalraum	18
2.3.4	Linearität von Eigenvektoren	20
3	Strukturmodell	22
3.1	Struktureigenschaften	23
3.1.1	Modal-Analyse des Gesamtmodells	24
3.2	Substrukturtechnik	27
3.2.1	Modal-Analyse des Flügels ohne Triebwerk	27
3.2.2	Modal-Analyse der Triebwerksbewegung	30
3.2.3	Im Modalraum gekoppeltes Gesamtmodell	31
3.3	Strukturparametrisierung	33
3.3.1	Gewählter Ansatz	33
3.3.2	Parametrisierung des reduzierten Modells	35
4	Aerodynamik	37
4.1	Stationäre Profilaerodynamik	38
4.1.1	Profil ohne Senknase	39
4.1.2	Profil mit Senknase	42
4.2	Instationäre Profilaerodynamik	46
4.2.1	Impulsverfahren	46
4.2.1.1	Aerodynamische Derivative der Impulsbewegung	50
4.2.1.2	Validierung des Verfahrens	50
4.2.2	Profil ohne Senknase	52

4.2.3	Profil mit Senknase	57
4.2.4	Selbstverstärkende Effekte	62
4.3	Stationäre Aerodynamik am Tragflügel	65
4.3.1	Anpassung der Traglinientheorie	68
4.3.2	Erweiterung um Zwischenwirbel und Triebwerkseffekte	76
4.3.3	Integration in das reduzierte Modell	80
5	Aeroelastik	85
5.1	Stabilität der Profilbewegung	85
5.2	Tragflügel ohne Triebwerk	87
5.2.1	Aerodynamik nach Streifentheorie	87
5.2.2	Aerodynamik nach Streifentheorie mit 3D-Korrektur	89
5.3	Tragflügel mit Triebwerk	92
5.3.1	Aerodynamik nach Streifentheorie	92
5.3.2	Aerodynamik nach Streifentheorie mit 3D-Korrektur	95
6	Flügelkonfiguration mit UHBR-Triebwerk	98
6.1	Strukturmodell	99
6.1.1	Modal-Analyse des Flügels	99
6.1.2	UHBR-Triebwerk	101
6.1.3	Gekoppelte Gesamtstruktur	102
6.2	Stationäre Aerodynamik am Tragflügel	104
6.3	Aeroelastik	105
6.3.1	Tragflügel ohne Triebwerk	106
6.3.2	Tragflügel mit Triebwerk	107
7	Zusammenfassung und Ausblick	109
	Symbolverzeichnis	i
	Literaturverzeichnis	iv
A	Partielle Ableitungen der 3D-Korrektur	xii
A.1	Gleichungssystem mit sechs Freiheitsgraden	xii
A.1.1	Beliebige Wirbelanordnung	xiii
A.2	Gleichungssystem mit einem Freiheitsgrad	xv

1 Einleitung

Der Personenluftverkehr ist ein wichtiger Wirtschaftszweig mit stetig steigender Nachfrage. Im Hinblick auf zukünftige Herausforderungen erarbeitete die Europäische Kommission bereits 2011 die Vision „Flightpath 2050 – Europe’s Vision for Aviation“ [18]. Neben mehr Nachhaltigkeit steht die Kundenzufriedenheit im Fokus. Ein wichtiges Ziel ist unter Anderem, dass 90% aller Reisenden innerhalb Europas in vier Stunden ihr Ziel erreichen. Insbesondere kurze Wege zum Flughafen führen zu einer Zeitersparnis. Als ein Lösungsansatz wird daher die Möglichkeit betrachtet, kleinere, bereits bestehende Flughäfen in die Infrastruktur zu integrieren. Problematisch ist, dass kleine Flughäfen nur kurze Start- und Landebahnen besitzen. Wegen ihrer stadtnähe sind zudem hohe Auflagen hinsichtlich Geräuschemissionen einzuhalten. Im Sonderforschungsbereich „SFB 880 – Hochauftrieb zukünftiger Verkehrsflugzeuge“ erfolgt die Entwicklung verschiedener Flugzeugkonzepte, die die Rahmenbedingungen erfüllen können [79, 80]. Ziele sind die Entwicklung neuer Technologien zur Geräuschreduktion und der Einsatz effizienter und flexibler Hochauftriebssysteme.

1.1 Veranlassung

Ein Flugzeug bei verhältnismäßig kurzen Start- und Landebahnen zu manövrieren, erfordert zusätzlichen Auftrieb im Langsamflug. Zu diesem Zweck sind an den Tragflügeln der verschiedenen Flugzeugkonzepte Hochauftriebssysteme angeordnet. Die Wirkungsweise von Hochauftriebssystemen ist bereits bekannt und gut erforscht [56, 63, 109]. Der Einsatz dieser Technologie an Passagierflugzeugen, mit dem Ziel zusätzlichen Auftrieb bei Start und Landung zu erzeugen, bedarf hingegen einer genaueren Untersuchung [49, 77]. Ein wichtiger Aspekt des Flugzeugentwurfs ist die Aeroelastik. Dieses Aufgabengebiet beschreibt das Zusammenwirken der aerodynamischen Druckverteilung mit der Elastizität der Struktur und der Trägheit. Aus der Interaktion können physikalische Phänomene resultieren, die zu einer Schädigung der Struktur führen. Für eines der eingesetzten Hochauftriebssysteme zeigen frühere Untersuchungen die Gefahr des systembedingten Biegeflatterns [20, 40]. Der Zulassungsprozess erfordert jedoch den Nachweis aeroelastischer Stabilität für die gesamte Flugenveloppe, also für alle vorgesehenen Flugzustände [24].

Klassische Verfahren in der Aeroelastik nutzen Potentialmethoden für die Berechnung der aerodynamischen Druckverteilung. Diese sind zwar effizient, können aber die Besonderheiten von Hochauftriebssystemen nicht erfassen. Eine genauere Modellierung der aerodynamischen Druckverteilung kann mit numerischen Strömungssimulationen erfolgen. Für komplexe dreidimensionale Geometrien sind diese jedoch sehr zeitaufwändig. Auch eine direkte Kopplung mit einem Strukturmodell ist prinzipiell möglich. Das Strukturmodell wird dabei mit den aus der Strömungssimulation ermittelten Druckverteilungen belastet. Die daran anschließende Strömungssimulation berücksichtigt die resultierende Verformung als Netzdeformation. Die Her-

ausforderungen, die dabei entstehen, sind vielfältig [28, 36, 71, 87] und der Rechen- und Zeitaufwand ist potenziert. Erschwerend sind für die Untersuchung einer gesamten Flugenveloppe viele Parameterkombinationen zu analysieren.

Eine Reduktion des Aufwands kann mit der Reduktion der Freiheitsgrade erreicht werden. Diese „Reduced Order Models“ (ROMs) sind in der Aeroelastik weit verbreitet [22, 26, 65, 82]. Eine übersichtliche Zusammenfassung der verschiedenen Ansätze gibt beispielsweise [28].

1.2 Zielsetzung

Für die effiziente Untersuchung der Aeroelastizität von Tragflügeln mit Hochauftriebssystemen soll ein schnelles und flexibles ROM entwickelt werden. Die vorliegende Arbeit baut dabei auf dem Modell von KRUKOW auf [57]. Nichtlinearitäten der komplexen Aerodynamik sind zu erhalten. Zudem soll das ROM schnelle Anpassungen an veränderte Strukturen und Geometrien ermöglichen, um den Entwicklungsprozess optimal zu unterstützen.

Zu diesem Zweck wird die Gesamtstruktur in Substrukturen, bspw. Tragflügel, Pylon und Triebwerk, unterteilt. Strukturseitig erfolgt die Reduktion der Freiheitsgrade daraufhin für jede Substruktur des Systems mit Hilfe der Modal-Reduktion. Es ist sicherzustellen, dass die Strukturdynamik des reduzierten, gekoppelten Gesamtsystems im ROM jene des ursprünglichen Modells ausreichend gut abbildet. Dieses Vorgehen ermöglicht das Optimieren und flexible Austauschen einzelner Substrukturen des Gesamtsystems. Die Parametrisierung von Struktureigenschaften im ROM führt zu zusätzlicher Flexibilität.

Auf Seiten der Aerodynamik resultiert der Einsatz hochwertiger Strömungssimulationen am zweidimensionalen (2D) Profil in einem verringerten Rechenaufwand. Die phänomenologischen Mechanismen der Hochauftriebssysteme können damit störungsfrei analysiert und identifiziert werden. Das Übertragen der Profilaerodynamik auf den Tragflügel erfolgt mit Berücksichtigung dreidimensionaler (3D) Strömungssimulationen. Abschließend werden die modal reduzierten Substrukturen und ihre jeweiligen Einwirkungen im ROM gekoppelt und hinsichtlich ihrer Stabilität im Frequenzbereich untersucht.

1.3 Vorgehensweise

Das grundlegende Verständnis der im Rahmen dieser Arbeit angewandten und weiter entwickelten Methoden schaffen die Erläuterungen der theoretischen Grundlagen in Kapitel 2. Der Ansatz der Modal-Reduktion wird motiviert und die darauf aufbauende Substrukturtechnik vorgestellt. Grundlegende Zusammenhänge der Aerodynamik und Phänomene der Aeroelastik werden beschrieben.

Kapitel 3 stellt die Gesamtstruktur und die Substrukturen des Tragflügels vor. Die Modal-Reduktion reduziert die Freiheitsgrade der Substrukturen. Eine Überprüfung des korrekten struk-

turdynamischen Verhaltens der gekoppelten Gesamtstruktur im ROM erfolgt. Zudem wird die Parametrisierung der Tragflügelstruktur hinsichtlich Masse und Steifigkeit beschrieben.

Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Aerodynamik und analysiert die 2D Profilaerodynamik detailliert. Die Herleitung der aerodynamischen Derivative bezüglich der Strukturbewegung erfolgt auf der Grundlage der instationären Strömungssimulationen. Die Weiterentwicklung der PRANDTL'schen Traglinientheorie [78] ermöglicht die Approximation der 3D Druckverteilungen am Tragflügel ohne und mit Triebwerk im ROM. Die daraus folgenden Erkenntnisse begründen den großen Untersuchungsbereich der 2D Profilaerodynamik. Relevante Phänomene, die am Profil auftreten, werden beschrieben und die Wirkmechanismen eingeordnet.

Die Vorstellung der Ergebnisse der abschließenden Untersuchungen des aeroelastischen Verhaltens erfolgt in Kapitel 5. Anhand aufeinander aufbauender und in ihrer Komplexität zunehmender Modellansätze wird die Wirkungsweise der Hochauftriebssysteme im Zusammenspiel mit der Struktur herausgearbeitet. Kapitel 6 zeigt die Anpassungsfähigkeit des ROMs. Das Modell eines zweiten Tragflügels wird vorgestellt und im Vergleich zu der ausführlich diskutierten Konfiguration betrachtet. Zum Abschluss fasst Kapitel 7 die Arbeit und die gewonnenen Erkenntnisse zusammen.

2 Grundlagen der Modellbildung

Dieses Kapitel gibt einen kurzen Überblick über die verwendeten Methoden und Verfahren. Grundlegende Unterschiede zwischen den vollständigen und reduzierten Modellen werden beschrieben und Vor- und Nachteile der Ansätze genannt. Zunächst erfolgt die Einordnung des verwendeten Ansatzes zur Strukturmodellierung, bevor die Grundlagen der Aerodynamik erläutert werden. Auf dieser Grundlage werden aeroelastische Phänomene beschrieben und das reduzierte Modell in seinen Grundzügen erarbeitet.

2.1 Beschreibung des Schwingungsverhaltens von Strukturen

Die Beschreibung des Schwingungsverhaltens von elastischen Strukturen erfolgt mit den Weggrößen, wie der Verschiebung und der Verdrehung der Struktur, im dreidimensionalen Raum. Je nachdem, ob die angestrebte Untersuchung lokale oder globale Einwirkungen betrachtet, fällt die Wahl auf unterschiedliche Freiheitsgrade für die Modellgleichungen. Ist es beispielsweise von Interesse, an welcher diskreten Stelle einer Struktur zulässige Spannungen oder Verformungen überschritten werden, ist es notwendig, lokale Freiheitsgrade zu nutzen. Mit Verfahren zur näherungsweisen Lösung werden die Freiheitsgrade der Modellgleichungen berechnet. Ein solches Näherungsverfahren ist die Finite-Element-Methode (FEM), welche eine breite Anwendung im Ingenieurwesen findet. Ausführliche Beschreibungen sind unter Anderem bei BATHY [6] oder ZIENKIEWICZ [111] zu finden.

Steht hingegen das globale Verhalten der Struktur im Vordergrund ist die Beschreibung mit globalen Schwingungsformen als Freiheitsgrade vorteilhaft. Da jede Schwingungsform jeweils die Weggrößen der gesamten Struktur beinhaltet, besteht die Möglichkeit nur relevante Schwingungsformen zur Beschreibung zu verwenden und die Anzahl der Freiheitsgrade zu reduzieren. Die Schwingungsformen, auch Eigenvektoren oder generalisierte Koordinaten genannt, müssen jedoch zunächst aus einem Gleichungssystem mit lokalen Freiheitsgraden abgeleitet werden.

Als Grundlage dienen die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und die Massenmatrix \mathbf{M} der FEM. Die Weggrößen \mathbf{v} eines ungedämpften Systems unter der Last \mathbf{f} werden mit der Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{f} \quad (2.1)$$

bestimmt. Außerdem besagt der Arbeitssatz der FEM, dass die Summe der geleisteten Arbeiten am Gesamtsystem verschwindet, sodass

$$\delta A = \delta \mathbf{v}^T \{-\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} - \mathbf{K}\mathbf{v} + \mathbf{f}\} = 0. \quad (2.2)$$

Das Vorgehen der Überführung der Bewegungsgleichung in ein Gleichungssystem auf Grundlage von Schwingungsformen mit Hilfe der Modal-Analyse wird im Folgenden erläutert. Abschließend werden die Idee der Substrukturtechnik und der gewählte Ansatz vorgestellt.

2.1.1 Modal-Analyse und generalisierte Koordinaten

Die Modal-Analyse dient der Untersuchung der dynamischen Eigenschaften einer Struktur. Eine ausführliche Beschreibung der Methode ist in [6] zu finden. Mit der Wahl des Separationsansatzes für die Knotenweggrößen

$$\mathbf{v}(t) = a \cdot \hat{\mathbf{x}} \cdot e^{\lambda t}$$

ist a die Amplitude, λ beschreibt den Zeitverlauf und der Vektor $\hat{\mathbf{x}}$ enthält die zum Zeitverlauf passende Schwingungsform der Struktur. Mit

$$\ddot{\mathbf{v}}(t) = a \cdot \lambda^2 \cdot \hat{\mathbf{x}} \cdot e^{\lambda t}$$

folgt die homogene Bewegungsgleichung nach Gleichung (2.1) als Eigenwertaufgabe für λ und $\hat{\mathbf{x}}$ zu

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) a \cdot \hat{\mathbf{x}} \cdot e^{\lambda t} = \mathbf{0}. \quad (2.3)$$

Aus der nichttrivialen Lösung $\hat{\mathbf{x}} \neq 0$ und $a \neq 0$ des Gleichungssystems folgt, dass

$$\det |\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}| = 0,$$

womit die Eigenwerte λ bestimmt werden. Entsprechend Gleichung (2.3) gehört zu jedem Eigenwert λ_j ein Verschiebungsfeld $\hat{\mathbf{x}}_j$. Dieses beschreibt die zugehörige Eigenschwingungsform, weshalb $\hat{\mathbf{x}}_j$ auch als Eigenvektor bezeichnet wird. Für ungedämpfte Systeme ist

$$\lambda_j = \pm i \omega_{0j}.$$

Dabei ist ω_{0j} die Eigenkreisfrequenz des jeweiligen Eigenvektors $\hat{\mathbf{x}}_j$. Mit der Normierung der Eigenvektoren auf die Massenmatrix

$$\hat{\mathbf{x}}_{Nj} = \frac{\hat{\mathbf{x}}_j}{\sqrt{\hat{\mathbf{x}}_j^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}_j}}$$

gilt mit $i \neq j$

$$\hat{\mathbf{x}}_{Nj}^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}_{Nj} = 1 \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{x}}_{Ni}^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}_{Nj} = 0,$$

sowie

$$\hat{\mathbf{x}}_{Nj}^T \mathbf{K} \hat{\mathbf{x}}_{Nj} = -\lambda^2 \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{x}}_{Ni}^T \mathbf{K} \hat{\mathbf{x}}_{Nj} = 0.$$

Demzufolge sind die Eigenvektoren bezüglich der Systemmatrizen orthogonal. Der Arbeitssatz entsprechend Gleichung (2.2) wird mit dem Modalansatz

$$\mathbf{v} = \hat{\mathbf{X}} \mathbf{q} \quad \text{und} \quad \delta \mathbf{v} = \hat{\mathbf{X}} \delta \mathbf{q} \quad (2.4)$$

in den Modalraum transformiert. Die Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}$ enthält spaltenweise die normierten Eigenvektoren. \mathbf{q} fasst den Zeitverlauf und die Amplituden im Vektor der generalisierten Koordinaten zusammen. Bei analog gewähltem virtuellen Ansatz gilt

$$\delta \mathbf{q}^T \cdot \left\{ \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{X}} \ddot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{K} \hat{\mathbf{X}} \mathbf{q} \right\} = 0.$$

Aufgrund der beschriebenen Orthogonalität ist

$$\hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{X}} = \mathbf{I}$$

die Einheitsmatrix und

$$\hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{K} \hat{\mathbf{X}} = \omega_0^2,$$

die Diagonalmatrix der Quadrate der Eigenkreisfrequenzen. Im Vergleich zu Gleichung (2.1) ist die Bewegungsgleichung im Modalraum entkoppelt und kann zeilenweise als

$$m_j \ddot{q}_j + k_j q_j = 0 \quad (2.5)$$

bzw. mit der Normierung auf die Modal-Masse m_j als

$$\ddot{q}_j + \frac{k_j}{m_j} q_j = \ddot{q}_j + \omega_{0j}^2 q_j = 0 \quad (2.6)$$

geschrieben werden. Demnach kann die Modal-Analyse genutzt werden, um das Schwingungsverhalten von Strukturen auf Grundlage ihrer dynamischen Eigenschaften im Frequenzbereich zu beschreiben.

Ein Vorteil der generalisierten Koordinaten besteht darin, dass jede generalisierte Koordinate die Bewegung eines gesamten Verschiebungsfeldes beschreibt. Eine globale Belastung der Struktur beeinflusst ebenfalls alle Weggrößen, hingegen aber nicht notwendigerweise alle generalisierten Koordinaten. Der Anteil einer generalisierten Koordinate an der Systemantwort kann so gering sein, dass diese generalisierte Koordinate vernachlässigt und die Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}$ reduziert werden kann. Im Vergleich zur quadratischen, unsymmetrischen Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}$ enthält die reduzierte Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}_r$ nur bewusst ausgewählte Eigenvektoren. Als grobe Abschätzung gilt, dass bei einer zu untersuchenden Anregung zwischen 0 und Θ die generalisierten Koordinaten mit den Eigenkreisfrequenzen zwischen 0 und 2Θ berücksichtigt werden müssen [29]. Die Größe des Gleichungssystems und der Lösungsaufwand können auf diese Weise stark reduziert werden.

Für gedämpfte Systeme

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

mit der Dämpfungsmatrix \mathbf{D} führt die Lösung des Eigenwertproblems [41]

$$\det |\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{D} + \mathbf{K}| = 0 \quad (2.8)$$

zu komplexen Eigenwerten

$$\lambda_j = -\delta_j \pm i\omega_j \quad (2.9)$$

und komplexen Eigenvektoren. δ_j ist der Dämpfungskoeffizient der jeweiligen Eigenschwingung. Mit $\delta > 0$ liegt eine gedämpfte und mit $\delta < 0$ eine angefachte Schwingung vor. Bei allgemeinen mechanischen Systemen sind die Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen nicht symmetrisch. Der Aufwand für die Lösung des Eigenwertproblems steigt, doch der grundlegende Gedanke bleibt erhalten.

2.1.2 Substrukturtechnik

Die Idee der Substrukturtechnik besteht darin, eine komplexe Struktur in sinnvolle Teilstrukturen zu zerlegen. Diese Teilstrukturen können somit getrennt voneinander betrachtet, belastet und optimiert werden. Zudem erfolgt die Beschreibung der Teilstrukturen nicht mit physikalischen Freiheitsgraden. Stattdessen werden sie mit ihren dynamischen Eigenschaften charakterisiert und mit Hilfe der reduzierten Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}_r$, den reduzierten Eigenkreisfrequenzen ω_{0r} und den zugehörigen reduzierten generalisierten Koordinaten \mathbf{q}_r beschrieben. Die einzelnen, modal reduzierten Teilstrukturen werden daraufhin zu einer Gesamtstruktur gekoppelt. Das dynamische Verhalten der Ausgangsstruktur wird wiedergegeben, jedoch nur ein Bruchteil der Freiheitsgrade verwendet.

Eine grundlegende Frage der Substrukturtechnik besteht darin, ob die Substrukturen an den Koppelstellen als gelagerte oder als nicht gelagerte Strukturen berücksichtigt werden. Die Verfahren mit gelagerten Koppelstellen gehen bspw. auf HURTY [48] oder CRAIG und BAMP-TON [15] zurück. Neben der Modal-Analyse jeder Substruktur werden statische Einheitszustände der gelagerten Freiheitsgrade berechnet. Mit einer Transformation der generalisierten Koordinaten und der Koppelfreiheitsgrade wird die Gesamtstruktur aufgebaut. Ein Verfahren mit nicht gelagerten Koppelstellen wurde von GOLDMAN [34] vorgestellt. Anstelle der statischen Einheitszustände wird hier mit den Starrkörpermoden der nicht gelagerten Struktur gearbeitet, die sich ebenfalls aus der Modal-Analyse ergeben. Insbesondere bei statischer Belastung weist dieses Verfahren jedoch große Fehler auf [32]. Weitere Vorgehensweisen wurden von MACNEAL [66], CRAIG und CHANG [17] und RIXEN [86] beschrieben. Für eine übersichtliche Darstellung verschiedener Verfahren und deren Vor- und Nachteile sei an dieser Stelle auf diverse Zusammenfassungen verwiesen [16, 32, 55].

Da die Gesamtstruktur unter dynamischen Einwirkungen betrachtet wird, soll trotz des bekannten Fehlerpotentials der Ansatz mit nicht gelagerten Koppelstellen verfolgt werden. Dieser Ansatz bietet den Vorteil, dass die Substrukturmodelle nicht um Randbedingungen erweitert werden müssen. Außerdem reicht eine Modal-Analyse aus, um alle Eingangswerte zu bestimmen, während bei gelagerten Substrukturen zusätzliche Berechnungen notwendig sind. Die Grundvoraussetzung für die Kopplung ist, dass sich die Freiwerte \mathbf{v}_{ik} verschiedener Substrukturen i

an ihrer jeweiligen Koppelstelle k entsprechen, sodass

$$\mathbf{v}_{ik} - \mathbf{v}_{i+1k} = \mathbf{0}. \quad (2.10)$$

Ausgehend von modal reduzierten Substrukturmodellen werden die Freiwerte \mathbf{v}_{ik} mit Hilfe des Modalansatzes aus Gleichung (2.4) und der Koppelmatrix \mathbf{C}_i bestimmt:

$$\mathbf{v}_{ik} = \mathbf{C}_i \hat{\mathbf{X}}_{ir} \mathbf{q}_{ir}. \quad (2.11)$$

Die Koppelmatrix beschreibt unter Verwendung logischer Operatoren, welche Freiwerte der Eigenvektoren für die Kopplung verwendet werden. Die Bewegungsgleichungen der einzelnen reduzierten Systeme lassen sich zunächst in einer Matrizengleichung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{ir} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{i+1r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{0ir}^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \omega_{0i+1r}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{ir} \\ \mathbf{q}_{i+1r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

zusammenfassen. Die Bedingung aus Gleichung (2.10) führt mit dem Prinzip virtueller Arbeiten zu dem Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{ir} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{i+1r} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{0ir}^2 & \mathbf{0} & (\mathbf{C}_i \hat{\mathbf{X}}_{ir})^T \\ \mathbf{0} & \omega_{0i+1r}^2 & -(\mathbf{C}_{i+1} \hat{\mathbf{X}}_{i+1r})^T \\ \mathbf{C}_i \hat{\mathbf{X}}_{ir} & -\mathbf{C}_{i+1} \hat{\mathbf{X}}_{i+1r} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{ir} \\ \mathbf{q}_{i+1r} \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

welches um die Anzahl der zu koppelnden Freiwerte mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatoren $\boldsymbol{\sigma}$ erweitert ist.

Mit einer erneuten Modal-Analyse folgt eine Modalmatrix, deren Größenordnung aufgrund der zusätzlichen Gleichungen die Größenordnung des gekoppelten Systems übersteigt. Werden die trivialen Ergebnisse herausgefiltert, folgt die Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}_s$ für die Transformation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{ir} \\ \mathbf{q}_{i+1r} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{X}}_s \mathbf{q}_k \quad (2.14)$$

aus dem Raum der Substrukturen in den Raum der gekoppelten Struktur mit gekoppelten generalisierten Koordinaten \mathbf{q}_k . Von größerem Interesse ist jedoch die Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}_k$, welche die direkte Transformation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_i \\ \mathbf{v}_{i+1} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{X}}_k \mathbf{q}_k \quad (2.15)$$

der physikalischen Koordinaten \mathbf{v}_i der Substrukturen in den Raum der gekoppelten generalisierten Koordinaten beschreibt. Unter Verwendung des Modalansatzes aus Gleichung (2.4) für

jede Substruktur und mit dem Einsetzen von Gleichung (2.14) folgt

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_i \\ \mathbf{v}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{i\text{r}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{X}}_{i+1\text{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{i\text{r}} \\ \mathbf{q}_{i+1\text{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{i\text{r}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{X}}_{i+1\text{r}} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{\text{s}} \mathbf{q}_{\text{k}} \quad (2.16)$$

und damit

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{k}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{i\text{r}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{X}}_{i+1\text{r}} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{\text{s}}. \quad (2.17)$$

Das zugrunde liegende, auf physikalischen Freiheitsgraden basierende, Gleichungssystem des FE-Modells wird mit Anwendung der Substrukturtechnik im Modalraum stark reduziert. Die Möglichkeit der Rücktransformation ist gegeben, sodass die Interpretation der Schwingungsformen unter Berücksichtigung der Eigenkreisfrequenzen und Dämpfungskoeffizienten erfolgen kann.

2.2 Aerodynamik

Wird ein Körper umströmt, dann bildet sich an der Oberfläche des Körpers ein Druckfeld aus. Um Auftrieb zu erzeugen, sind die Profile von Tragflügeln im Allgemeinen so geformt, dass sich auf der Oberseite des Flügels ein Unterdruck und auf der Unterseite ein Überdruck einstellt. Dabei ist die Strömung auf der Oberseite schneller als die Geschwindigkeit im ungestörten Fernfeld V_{∞} . Die Strömung auf der Unterseite ist hingegen langsamer als die Geschwindigkeit im ungestörten Fernfeld V_{∞} . Aus der Betrachtung dieser zusätzlichen Geschwindigkeitskomponenten folgt eine Zirkulation Γ um das Profil, wie bereits 1907 von LANCHESTER beschrieben [61]. Nach dem Satz von KUTTA-JOUKOWSKY [51, 60] beträgt der Auftrieb A infolge der Zirkulation

$$A = \Gamma \rho_{\infty} V_{\infty} b, \quad (2.18)$$

wobei ρ_{∞} die Dichte im ungestörten Fernfeld und b die Breite des betrachteten Flügelabschnitts ist. Für die Berechnung der Druckverteilung um den Flügel können einerseits potentialtheoretische Verfahren, wie das Panelverfahren [52], das Wirbelleiterverfahren [52] oder die Doublet-Lattice-Methode [1, 25] verwendet werden. Voraussetzung ist jedoch, dass es sich um eine reibungs- und rotationsfreie Strömung handelt. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, können andererseits numerische Strömungssimulationen eingesetzt werden. Diese sind jedoch mit einem höheren Aufwand verbunden. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgen numerische Simulationen mit dem TAU-Code vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) [92]. Die ebene Umströmung eines Tragflügels unendlicher Spannweite wird betrachtet, welches mit entsprechenden Randbedingungen erreicht wird. Es bildet sich ein zweidimensionales Strömungsfeld aus, sodass die Profiltheorie zugrunde liegt. Mittels Integration der Druckverteilung über die Oberfläche werden die auf den Körper resultierenden Kräfte ermittelt. Wie in Abbildung 2.1 dargestellt, werden der Auftrieb A , der Widerstand W und das Nickmoment M bezogen auf den Viertelpunkt am Profilschnitt bestimmt.

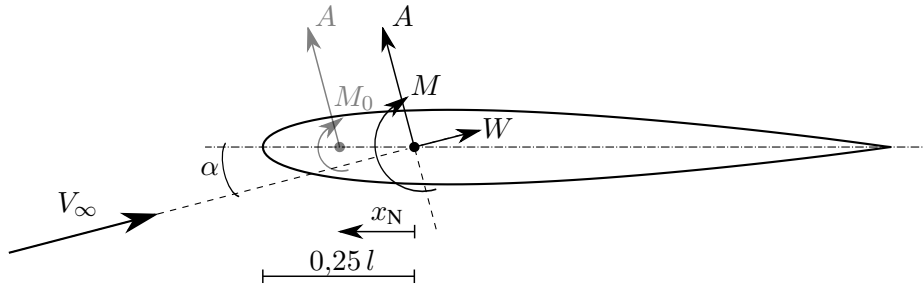


Abb. 2.1: Resultierende Kräfte am Profil

Für einige klassische Profile liegt der Neutralpunkt im Viertelpunkt des Profils. Der Neutralpunkt ist der Punkt, in dem das Nickmoment M_0 über alle Anstellwinkel konstant ist. Ist die Lage nicht identisch, so ist das Nickmoment abhängig von der Lage des Viertelpunktes zum Neutralpunkt x_N . Unter Annahme kleiner Anstellwinkel α und einem geringen Widerstand ist

$$M = M_0 + x_N A. \quad (2.19)$$

Mit dem dynamischen Druck der freien Anströmung

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2, \quad (2.20)$$

und der Referenzfläche S und -tiefe l werden dimensionslose Kraft- und Nickmomentenbeiwerte definiert:

$$c_A = \frac{A}{q_\infty S}, \quad c_W = \frac{W}{q_\infty S} \quad \text{und} \quad c_M = \frac{M}{q_\infty S l}. \quad (2.21)$$

Mit Hilfe der Streifentheorie werden aus den dimensionslosen Beiwerten die Kräfte entlang eines Flügels bestimmt. Unter Annahme kleiner Anstellwinkel $\alpha(y)$ kann der Auftriebsbeiwert linearisiert werden

$$c_A = \frac{\partial c_A}{\partial \alpha} \alpha(y) = c_{A,\alpha} \alpha(y). \quad (2.22)$$

Für ein Flügelsegment der Breite dy folgt ein Auftrieb von

$$dA(y) = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 c_{A,\alpha} \alpha(y) l(y) dy. \quad (2.23)$$

Analog dazu berechnen sich auch die abschnittswise Nickmomente und Widerstände. Die Kräfte am vorliegenden Profil werden insbesondere mit den verwendeten Hochauftriebssystemen beeinflusst, welche nachfolgend vorgestellt werden. Die Berücksichtigung der 3D-Effekte, die bei der Umströmung des Flügels im Vergleich zur zweidimensionalen Betrachtung der Umströmung des Profils auftreten, erfolgt mit der PRANDTL'schen Traglinientheorie, die ebenfalls im Folgenden beschrieben ist. Zudem werden grundlegende Ansätze der numerischen Strömungssimulation vorgestellt.

2.2.1 Grundlagen des Hochauftriebs

Mit dem Ziel die Start- und Landegeschwindigkeiten gering zu halten, aber dennoch ausreichend Auftrieb zu generieren werden Hochauftriebssysteme eingesetzt. Im Allgemeinen werden dazu verschiedene Arten von Klappen genutzt, um Flügelkrümmung und Flügelfläche der entsprechenden Flugsituation anzupassen. Während Klappen an der Hinterkante den Auftriebsbeiwert erhöhen, beeinflusst eine Modifikation der Vorderkante den Anstellwinkel, bei dem sich die Strömung vom Flügel ablöst (vgl. Abb. 2.2) [37, 89, 95].

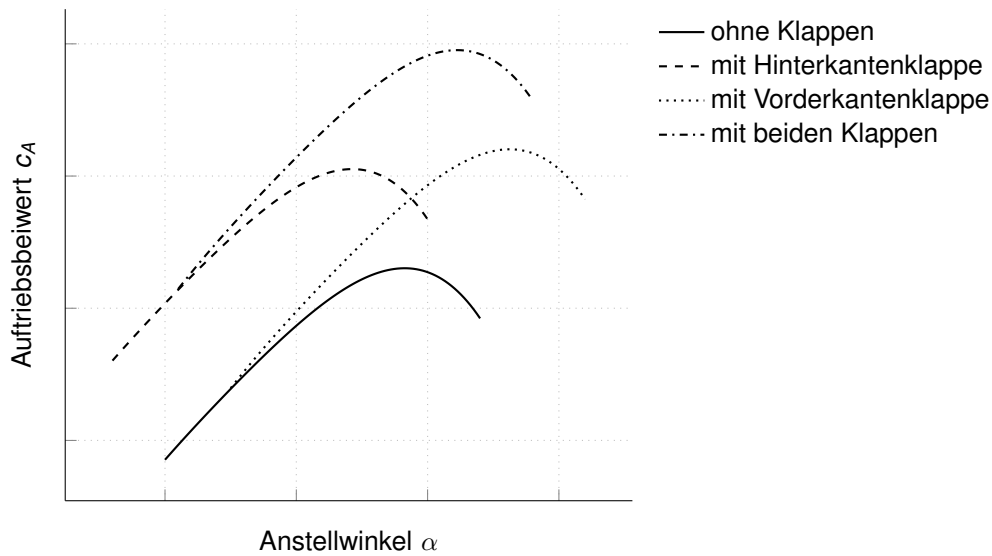


Abb. 2.2: Einfluss der Klappen auf den Auftriebsbeiwert

Neben den rein formverändernden, passiven Systemen kann die Flügelumströmung mit der Zuführung energiereicher Luft aktiv beeinflusst werden. Das Ausblasen von Luft sorgt für den Eintrag eines zusätzlichen Impulses in die Strömung. Die Effizienz der Ausblasung wird mit dem Impulsbeiwert c_μ beschrieben. Dieser setzt den Zusatzimpuls aus Massestrom \dot{m}_j und Geschwindigkeit V_j des Ausblasestrahls in Relation zu dem Impuls der Anströmung aus dem dynamischen Druck q_∞ auf eine Referenzfläche S :

$$c_\mu = \frac{\dot{m}_j V_j}{q_\infty S}. \quad (2.24)$$

Der Effekt, der dabei für die Flügelumströmung genutzt wird, wird als Coandă-Effekt bezeichnet und wurde erstmals 1800 von YOUNG beschrieben [110]. Demnach folgt eine energiereiche Strömung einer gekrümmten Fläche, bis die Strömungsenergie infolge der Wandreibung abgebaut ist oder die Zentrifugalkräfte zu einer Ablösung führen. Wird der Coandă-Effekt in Verbindung mit einer Hinterkantenklappe eingesetzt, wird diese als Coandă-Klappe bezeichnet. Die Steigerung des Auftriebsbeiwertes infolge der Ausblasung lässt sich in zwei Bereiche unterteilen. Zunächst führt die Ausblasung dazu, dass die Ablösung auf einer stark ausgeschlagenen Klappe hinaus verzögert wird (vgl. Abb. 2.3.a). Dieser Bereich nennt sich Grenzschichtkontrolle.

Liegt die Strömung bis zum Ende der Klappe an, so ist das Optimum erreicht. Mit der weiteren Steigerung der Ausblasung ist der Bereich der Zirkulationskontrolle erreicht. Die Ausblasung sorgt in diesem Fall dafür, dass eine höhere Zirkulation erzeugt wird, als es ohne Ausblasen überhaupt möglich wäre. Das bedeutet, dass die Strömung über das Profilende hinaus einer anliegenden Strömung gleicht. Aus diesem Grund wird dieser Zustand auch als Superzirkulation bezeichnet (vgl. Abb. 2.3.c). Die Effizienz der Auftriebssteigerung infolge des Impulseintrag ist im Bereich der Superzirkulation deutlich geringer als in jenem der Grenzschichtkontrolle.

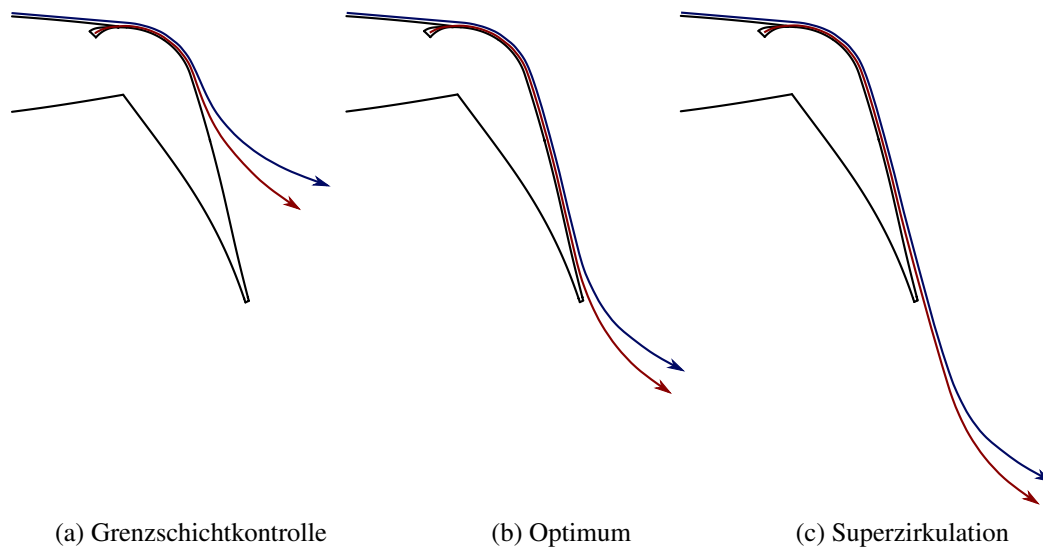


Abb. 2.3: Strömungszustände an der Coandă-Klappe

2.2.2 PRANDTL'sche Traglinientheorie

Bei einem Tragflügel endlicher Spannweite, muss an der Flügelspitze ein Ausgleich des Druckunterschieds zwischen Ober- und Unterseite erfolgen. Unter der Annahme, dass auf der Oberseite Unterdruck herrscht, stellt sich der Druckausgleich ein, indem die Strömung auf der Flügelunterseite in Richtung Flügelspitze strebt, während die Strömung auf der Flügeloberseite in die Mitte des Tragflügels abweicht (vgl. Abb. 2.4). Entlang des Flügels liegt demnach ein Richtungsunterschied in der Strömung vor. Die Zirkulation um das Profil endet abrupt mit dem Erreichen der Flügelspitze, weshalb nach hinten abgehende freie Wirbel entstehen. Diese werden ebenfalls mit der Zirkulation Γ beschrieben. Dieser Erklärungsansatz wurde erstmals von PRANDTL [78] mit potentialtheoretischen Annahmen beschrieben und quantitativ belegt. Schon zuvor hatte LANCHESTER dieses Thema behandelt [61], jedoch entstand die Arbeit von PRANDTL unabhängig davon [8]. Eine detaillierte Herleitung und Beschreibung findet sich bspw. in [90].

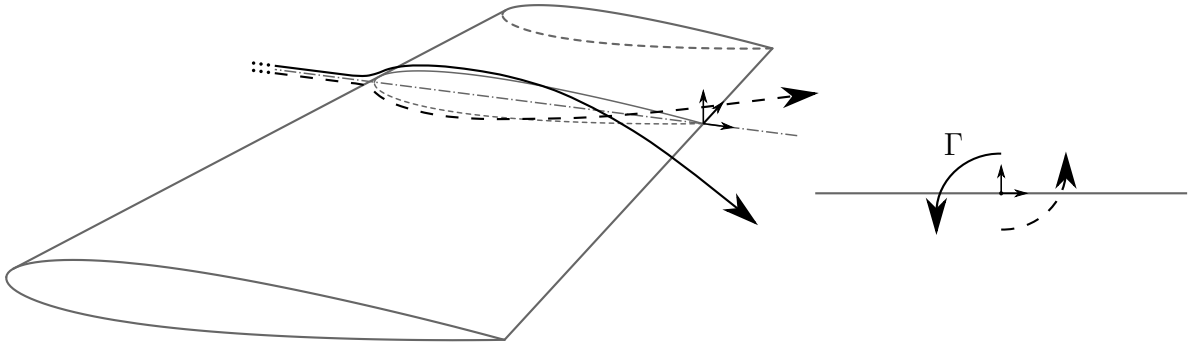


Abb. 2.4: Entstehung von Wirbeln infolge des Druckausgleiches am Flügelende

Mit Gleichung (2.18) und dem Auftriebsbeiwert aus Gleichung (2.21) folgt die Zirkulation zu

$$\Gamma = \frac{V_\infty l c_A}{2}. \quad (2.25)$$

Der Richtungsunterschied in der Strömung liegt dabei in unterschiedlicher Intensität entlang der gesamten Flügellänge b_h vor. Die Wirbelstärke γ_t entspricht der Ableitung der Zirkulation nach der Spannweitenkoordinate y

$$\gamma_t = \frac{\partial \Gamma}{\partial y}.$$

Mit der dimensionslosen Koordinate $\eta = y/b_h$ folgt

$$\gamma_t = \frac{1}{b_h} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta}. \quad (2.26)$$

Entsprechend der Gesetzmäßigkeit nach BIOT-SAVART [7] erzeugt ein freier Wirbel eine nach unten gerichtete Geschwindigkeit, den Abwind. Der freie Wirbel im Bereich $d\eta'$ beeinflusst jedoch nicht nur den Abwind am Ort seiner Entstehung η' , sondern den Abwind entlang der gesamten Flügellänge (vgl. [90]). Die Abwindgeschwindigkeit w_i entlang des Flügels ist

$$w_i(\eta) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{b_h} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta'} \frac{d\eta'}{\eta - \eta'} = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{\gamma'_t}{\eta - \eta'} d\eta'. \quad (2.27)$$

Unter Berücksichtigung dieser Erkenntnis folgt, dass ein freier Wirbel den Anstellwinkel am Profil beeinflusst. Abbildung 2.5 stellt anschaulich dar, wie der Abwind die Anströmrichtung verändert, sodass ein induzierter Anstellwinkel

$$\alpha_i = \arctan \left(\frac{w_i}{V_\infty} \right) \quad (2.28)$$

berücksichtigt werden muss.

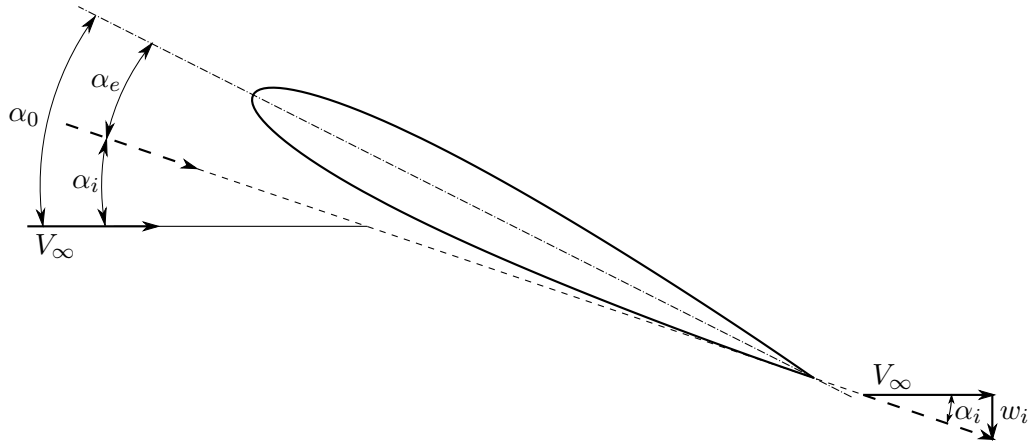


Abb. 2.5: Einfluss des Abwinds auf den Anstellwinkel nach [90]

Der effektive Anstellwinkel α_e , mit Hilfe dessen sich der Auftriebsbeiwert für Gleichung (2.25) ergibt, ist somit

$$\alpha_e = \alpha_{AC} + \alpha_g - \alpha_i = \alpha_0 - \alpha_i, \quad (2.29)$$

wobei α_{AC} der globale Flugzeuganstellwinkel und α_g der Einbauwinkel ist. Diese Anstellwinkel sind unter dem geometrischen Nullwinkel α_0 zusammengefasst.

PRANDTL reduziert die Wirbel auf die tragende Linie und vernachlässigt die räumliche Verteilung. Die Theorie ist daher nur für ungepfeilte Flügel zulässig. Zudem wird eine große Streckung vorausgesetzt. Erweiterungen und Anpassungen wurden unter anderem von JONES [50], WEISSINGER [107] und KÜCHEMANN [59] vorgenommen.

2.2.3 Numerische Strömungssimulationen

Strömungen werden in zwei verschiedene Zustände unterteilt; die laminare und die turbulente Strömung [84]. Für eine rein laminare Strömung kann die NAVIER-STOKES-Gleichung, welche den Erhalt von Impuls, Masse und Energie im Fluid beschreibt, direkt angewendet und für Sonderfälle analytisch gelöst werden [106]. Zur Berechnung turbulenter Strömungen sind hingegen numerische Lösungsverfahren sinnvoll. Zudem werden für einen vertretbaren Aufwand zusätzliche Modellgleichungen notwendig. Für eine detaillierte Auseinandersetzung sei auf die breite Fachliteratur verwiesen [62, 76, 93].

Eine Annahme, die zur Vereinfachung bei dem Standard-Ansatz in der numerischen Strömungssimulation verwendet wird, wurde 1895 von REYNOLDS beschrieben [85]. Die turbulente Strömung wird dabei in einen Mittelwert und einen Fluktuationsanteil zerlegt. Die REYNOLDS-gemittelten (engl. REYNOLDS-Averaged) NAVIER-STOKES (RANS) Gleichungen nutzen lediglich den Mittelwert. Es ergibt sich dabei jedoch ein neuer Term, die REYNOLDS-Spannungen, weshalb das Gleichungssystem nicht direkt gelöst werden kann. Wirbelviskositätsmodelle nutzen den BOUSSINESQ-Ansatz [9, 91], welcher die REYNOLDS-Spannungen in Abhängigkeit

der turbulenten kinetischen Energie k und der Wirbelviskosität ν_t beschreibt. Der DLR TAU-Code enthält Zwei-Gleichungsmodelle, wie bspw. das WILCOX k - ω Modell [108] oder das MENTER SST Modell [69, 70], die neben der kinetischen Energie die charakteristische Frequenz ω der energietragenden Wirbel als Turbulenzgröße nutzen. Zudem sind eine Reihe von Ein-Gleichungsmodellen basierend auf dem SPALART-ALLMARAS Modell [98] enthalten [92]. Hier wird die Wirbelviskosität direkt mit einer, in wandnähe gedämpften, Transportgleichung beschrieben. Das Modell wurde unter anderem für den Zweck entwickelt, den Strömungsabriss bei der Umströmung von Tragflächen zu beschreiben. Für eine höhere Komplexität der Strömungsverhältnisse ist es jedoch nicht geeignet [93]. Alternativ lassen sich REYNOLDS-Spannungs-Modelle verwenden, welche besondere Effekte der Turbulenz besser erfassen [62].

Der DLR TAU-Code bietet neben dem RANS-Ansatz die Möglichkeit der grobskaligen (engl. Large Eddy) Simulation (LES) [30]. Darüber hinaus ist das hybride Verfahren der DES (detached-eddy simulation) [99], welches LES und RANS verbindet, verfügbar. Große Skalen werden entsprechend der LES direkt gelöst, kleine Skalen hingegen mit den RANS-Gleichungen und den entsprechenden Turbulenzmodellen approximiert.

2.3 Aeroelastik

Das Zusammenwirken von Luftströmungen und elastischen Systemen wird im Fachgebiet der Aeroelastik behandelt. Infolge der Druckverteilung, die sich um ein System ausbildet, verformt sich das System. Als Resultat der Bewegung entstehen zum Einen Trägheitskräfte und zum

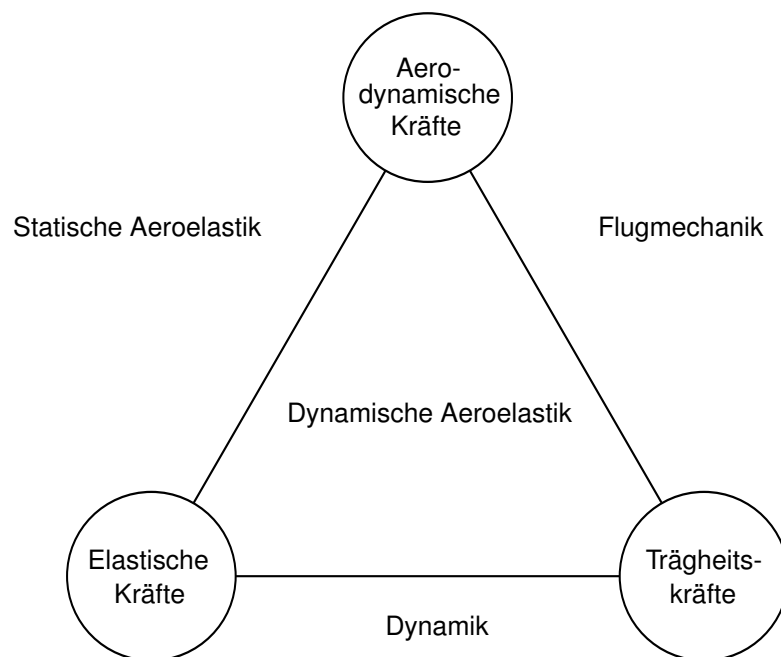


Abb. 2.6: Aeroelastisches Kräfte dreieck nach COLLAR [14]

Anderen ändert sich die Druckverteilung. Diese drei Größen und die Phänomene, die in dem Zusammenwirken begründet sind, lassen sich mit dem COLLAR'schen Kräftedreieck [14] übersichtlich darstellen (vgl. Abb. 2.6). Die statischen aeroelastischen Phänomene entstehen aus dem Zusammenwirken von aerodynamischen und elastischen Kräften. Bei den dynamischen aeroelastischen Phänomenen sind zudem die Trägheitskräfte von Bedeutung. Diese Darstellung und eine detaillierte Erläuterung der Phänomene findet sich bspw. in [27, 89].

2.3.1 Aeroelastische Phänomene

Das wichtigste statische Phänomen ist die Torsionsdivergenz [83]. Es beschreibt, dass die Torsionssteifigkeit eines Tragflügels der Druckverteilung nur bis zu einer kritischen Geschwindigkeit standhalten kann. Wird diese kritische Geschwindigkeit erreicht, tordiert der Flügel bis zum Bruch. Bei einer Betrachtung im Modalraum äußert sich der Verlust der Steifigkeit im Rückgang der Eigenkreisfrequenz auf Null (vgl. Gl. (2.6)).

Das wichtigste dynamische Phänomen wird als klassisches Flattern bezeichnet. Erste Untersuchungen dazu stammen aus der ersten Hälfte des letzten Jahrhunderts [23, 31, 38]. Das grund-

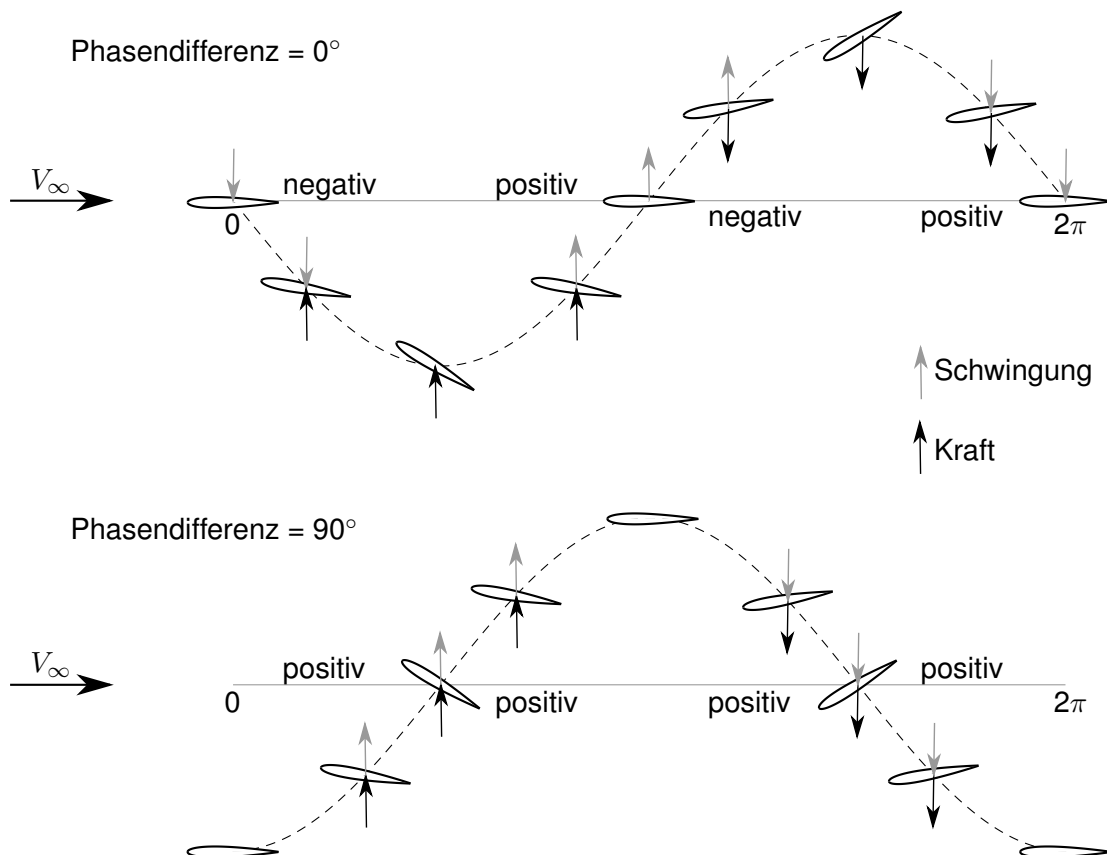


Abb. 2.7: Anschauliche Darstellung Zwei-Freiheitsgradflattern nach [27]

legende Phänomen lässt sich quasi-stationär veranschaulichen und ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Zu sehen ist ein Profil, welches sowohl eine vertikale Hubbewegung als auch eine Torsionsbewegung erfährt. Für jeden Zustand sind die Schwingungsrichtung und die darauf Arbeit leistende Kraft, die aus der aerodynamischen Druckverteilung resultiert, angegeben. Im oberen Bild sind die beiden Schwingungen in Phase, sodass die maximale Hubauslenkung mit der größten Torsion einhergeht. In diesem Fall wird die Bewegung teils von der Druckverteilung begünstigt, teils wirkt sie ihr entgegen. Die Summe der Arbeiten über eine Periode verschwindet. Laufen die beiden Schwingungen hingegen mit einer Phasendifferenz von 90° , das heißt mit minimaler Hubauslenkung bei maximaler Torsion, unterstützt die Druckverteilung die Bewegungsrichtung über die gesamte Periode. Infolgedessen ist die Arbeit über eine Periode positiv. Die Bewegung wird verstärkt und die Amplitude der Schwingung wächst mit der Zeit. Die Schwingungsanfachung resultiert in diesem Fall aus dem Vorliegen einer Phasenverschiebung von zwei Freiheitsgraden.

Für die reine Hub- und die reine Torsionsschwingung eines Profils mit Potentialströmung kann gezeigt werden, dass beide Schwingungsformen über weite Bereiche gedämpft sind [27]. HAAS und CHOPRA [40] zeigen, dass Hochauftriebssysteme die Strömungsverhältnisse dahingehend beeinflussen können, dass reine Hubschwingungen bei niedrigen Geschwindigkeiten auftreten können. Liegt hingegen keine reine Potentialströmung vor, so kommen andere Effekte zum Tragen.

2.3.2 Instationäre Aerodynamik

Neben der in Abschnitt 2.2 behandelten stationären Aerodynamik, ist für die aeroelastische Analyse insbesondere die bewegungsinduzierte und damit instationäre Aerodynamik von Bedeutung. Eine rotatorische Bewegung $\alpha(t)$ führt zu einer Änderung des Anstellwinkels und damit zu einer Änderung der Druckverteilung am Profil. Aber auch eine rein translatorische Bewegung $h(t)$ führt zu einer veränderten Anströmrichtung. Bewegt sich ein Profil nach unten, resultiert relativ betrachtet eine Anströmung V_h nach oben. Aus der Kombination der ursprünglichen Anströmung V_∞ und der induzierten Geschwindigkeit V_h folgt die resultierende Anströmung V_{res} unter einem Winkel α_{res} und dementsprechend veränderte Druckverteilungen (vgl. Abb. 2.8). Eine zeitabhängige, vertikale Bewegung äußert sich dementsprechend in einer zeitabhängigen Änderung der Zirkulation $\Gamma(t)$. Aus dem HELMHOLTZ-Theorem folgt, dass sich infolge der zeitlichen Änderung $\Gamma(t)$ freie Wirbel der Größe $-\Gamma(t)$ von der Hinterkante lösen. Bei einer harmonischen Bewegung des Profils mit der Frequenz Ω bildet sich eine Wirbelschlepe mit der Wellenlänge

$$L = V_\infty T = V_\infty \frac{2\pi}{\Omega} \quad (2.30)$$

aus. Diese Strecke legt ein Partikel innerhalb einer Schwingungsperiode T zurück. Mit der Referenzlänge l_{ref} , hier die Hälfte der Profiltiefe l , und der ungestörten Geschwindigkeit im

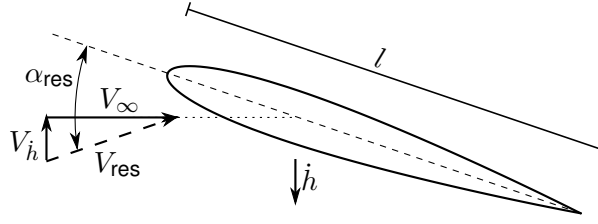


Abb. 2.8: Einfluss einer abwärts gerichteten Bewegung auf den Anstellwinkel

Fernfeld V_∞ wird die Frequenz Ω mit der dimensionslosen reduzierten Frequenz

$$k = \frac{\Omega l}{2 V_\infty} = \frac{2\pi l_{\text{ref}}}{L} \quad (2.31)$$

ersetzt [21, 27]. Unter Verwendung von Gleichung (2.30) als Beschreibung für Ω wird deutlich, dass die reduzierte Frequenz das Verhältnis von Referenzlänge und Wellenlänge beschreibt. Sie gibt damit Auskunft über die Anzahl der Oszillationen, in der ein Luftpartikel die Referenzlänge passiert. Da das Verhältnis von Referenzlänge und Wellenlänge essentiell ist, wird die instationäre Aerodynamik in Abhängigkeit von der reduzierten Frequenz beschrieben [27].

Vorausgesetzt es handelt sich um kleine, harmonische Bewegungen $\alpha(t)$ bzw. $h(t)$, so ist auch der Kraftverlauf $c_M(t)$ bzw. $c_A(t)$ harmonisch und proportional zur Amplitude der Bewegung. Die auftretenden freien Wirbel induzieren zusätzliche Geschwindigkeiten, sodass es zu einer zeitlichen Verschiebung der Antwort gegenüber der initialen Bewegung kommt. Wie die Herleitung von KRUKOW [58] zeigt, kann die Antwort mit einer Fourier-Reihe beschrieben werden. Dabei gibt der Koeffizient des ersten cosinus-Terms Auskunft darüber, ob die Bewegung gedämpft oder angefacht wird. Für die Untersuchung eines Frequenzbereiches ist das Verfahren mit harmonischen Schwingungen sehr aufwändig, da separate Berechnungen für jede Frequenz notwendig sind. Alternativ dazu wurde lange Zeit die Indicial Method verwendet [5, 101, 105]. Die Bewegung wird als Treppenfunktion vorgegeben und die resultierenden Kräfte berechnet. Unter Verwendung des Duhamel-Integrals wird aus der Antwort die instationäre Druckverteilung bestimmt. Eine weitere Einsparung an Rechenzeit kann mit der Verwendung von impulsförmigen Bewegungen erreicht werden. SILVA [94] zeigt, dass aus der Antwort auf eine Impulsbewegung die Ergebnisse von harmonischen und treppenförmigen Bewegungen rekonstruiert werden können. Dementsprechend ist auch diese Methode weit verbreitet [64, 68].

2.3.3 Kopplung von Struktur und Aerodynamik im Modalraum

Die Aerodynamik setzt sich aus einem stationären Anteil, infolge des Anstellwinkels α , und aus instationären Anteilen, infolge der Bewegungen \dot{h} und $\dot{\alpha}$, zusammen. Eine Linearisierung der dimensionslosen Beiwerte um den Arbeitspunkt 0 führt zu

$$\begin{bmatrix} c_A \\ c_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{A0} \\ c_{M0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & c_{A,\alpha} \\ 0 & c_{M,\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} + \frac{1}{V_\infty} \begin{bmatrix} c_{A,\dot{h}} & l c_{A,\dot{\alpha}} \\ c_{M,\dot{h}} & l c_{M,\dot{\alpha}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Der Einfluss der Beschleunigungen \ddot{h} und $\ddot{\alpha}$ ist im Allgemeinen klein [27] und wird an dieser Stelle nicht berücksichtigt. Die aerodynamischen Kräfte folgen entsprechend der Gleichungen (2.21) zu

$$A = q_\infty S \left(c_{A0} + c_{A,\alpha} \alpha + \frac{1}{V_\infty} \left(c_{A,h} \dot{h} + c_{A,\dot{\alpha}} l \dot{\alpha} \right) \right) \quad \text{und} \quad (2.33)$$

$$M = q_\infty S l \left(c_{M0} + c_{M,\alpha} \alpha + \frac{1}{V_\infty} \left(c_{M,h} \dot{h} + c_{M,\dot{\alpha}} l \dot{\alpha} \right) \right). \quad (2.34)$$

Der Vergleich der Notation mit Gleichung (2.7) zeigt, dass von einer aerodynamischen Steifigkeitsmatrix \mathbf{L}_K und Dämpfungsmatrix \mathbf{L}_D gesprochen werden kann. Mit den aerodynamischen Freiheitsgraden \mathbf{x}_L ist die Luftkraftmatrix \mathbf{L} mit

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_0 + \mathbf{L}_K \mathbf{x}_L + \mathbf{L}_D \dot{\mathbf{x}}_L \quad (2.35)$$

beschrieben. Neben der Druckverteilung ist, entsprechend Gleichung (2.1), auch das Eigengewicht \mathbf{g} als Belastung zu berücksichtigen, sodass

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{g} + \mathbf{L}. \quad (2.36)$$

Die Transformation in den Modalraum nach Gleichung (2.4) ist auch für die Luftkraftmatrix durchzuführen. Die Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}$ bezieht sich auf die physikalischen Koordinaten der Struktur. Damit die Transformation der Luftkraftmatrix in den Modalraum zu den selben generalisierten Koordinaten führt, wird die Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}$ zunächst in eine Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}_L$, mit Bezug auf die aerodynamischen Freiheitsgrade \mathbf{x}_L , überführt. Mit der Transformationsmatrix \mathbf{B} ist

$$\hat{\mathbf{X}}_L = \mathbf{B} \hat{\mathbf{X}} \quad (2.37)$$

und damit

$$\mathbf{x}_L = \hat{\mathbf{X}}_L \mathbf{q}. \quad (2.38)$$

Die Arbeitsgleichung

$$\delta \mathbf{v}^T \{ \mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} - \mathbf{g} \} - \delta \mathbf{x}_L^T \mathbf{L} = 0 \quad (2.39)$$

führt damit zu

$$\delta \mathbf{q}^T \cdot \left\{ \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\omega}_0^2 \mathbf{q} - \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{g} - \hat{\mathbf{X}}_L^T \mathbf{L} \right\} = 0 \quad (2.40)$$

bzw.

$$\delta \mathbf{q}^T \cdot \left\{ \ddot{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{X}}_L^T \mathbf{L}_D \hat{\mathbf{X}}_L \dot{\mathbf{q}} + \left(\boldsymbol{\omega}_0^2 - \hat{\mathbf{X}}_L^T \mathbf{L}_K \hat{\mathbf{X}}_L \right) \mathbf{q} - \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{g} - \hat{\mathbf{X}}_L^T \mathbf{L}_0 \right\} = 0. \quad (2.41)$$

Die Eigenwertanalyse entsprechend Gleichung (2.8) der Bewegungsgleichung

$$\ddot{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{X}}_L^T \mathbf{L}_D \hat{\mathbf{X}}_L \dot{\mathbf{q}} + \left(\boldsymbol{\omega}_0^2 - \hat{\mathbf{X}}_L^T \mathbf{L}_K \hat{\mathbf{X}}_L \right) \mathbf{q} = 0 \quad (2.42)$$

wird als Flattergleichung bezeichnet und führt zu den Eigenschwingungsformen des Systems. Entsprechend Gleichung (2.9) werden dabei einerseits Dämpfungskoeffizienten der gekoppelten Schwingungen, andererseits neue Eigenkreisfrequenzen bestimmt. In Abhängigkeit von der Flügeltiefe werden aus den Eigenkreisfrequenzen reduzierte Frequenzen k bestimmt. Da die instationäre Aerodynamik, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, abhängig von der reduzierten Frequenz k ist, ist Gleichung (2.42) iterativ zu lösen.

2.3.4 Linearität von Eigenvektoren

Die klassischen Flatteruntersuchungen untersuchen zumeist die Fragestellung, bei welcher kritischen Geschwindigkeit V_{krit} Flattern auftritt. Einen ersten Lösungsvorschlag unterbreitete THEODORSEN 1935 [100] mit der k -Methode. Mit der Berücksichtigung einer nicht-physikalischen Strukturdämpfung wird die Schwingung des Systems bei einer konstanten Frequenz gehalten. Die frequenzabhängige Iteration entfällt. Ungeachtet dessen wird die Flattergeschwindigkeit für die entsprechende Frequenz einer harmonischen Schwingung mit der Methode genau ermittelt. Anfang der siebziger Jahre stellte HASSIG die p - k -Methode vor [42], wobei p der dimensionslose komplexe Eigenwert der Flattergleichung ist. Die Iteration erfolgt unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Aerodynamik von der reduzierten Frequenz $L(k)$. Eine Erweiterung dieser Methode erfolgte unter anderem von [10, 13, 88]. Ziel dieser Erweiterungen ist eine bessere Abschätzung und Berücksichtigung der aerodynamischen Dämpfung.

Ein Problem, welches bei den angesprochenen Verfahren nicht berücksichtigt wird, ist der Zusammenhang von aerodynamischer Dämpfung und Frequenz mit der jeweiligen Eigenschwingungsform. Wird die Flattergleichung für unterschiedliche Geschwindigkeiten V_∞ gelöst, dann ändern sich die Eigenvektoren und zugehörigen Eigenkreisfrequenzen bei jedem Schritt. Nähern sich die Eigenkreisfrequenzen zweier unterschiedlicher Eigenschwingungsformen an, dann stimmen auch die zugehörigen Eigenschwingungsformen zunehmend überein. Entfernen sich die Eigenkreisfrequenzen daraufhin wieder voneinander, kann es vorkommen, dass die Zuordnung zu den ursprünglichen Eigenschwingungsformen vertauscht ist. Um diesem Problem zu begegnen, kann ein kontinuierlicher Vergleich der Eigenvektoren vom vorherigen zum aktuellen Berechnungsschritt erfolgen [103]. Ein oft genutztes Kriterium ist das Modal Assurance Criterion (MAC) [2, 3], mit dem der Grad der Linearität zweier Vektoren ermittelt wird. Das Kriterium

$$MAC = \frac{|\hat{\mathbf{x}}_1^H \hat{\mathbf{x}}_2|^2}{\hat{\mathbf{x}}_1^H \hat{\mathbf{x}}_1 \hat{\mathbf{x}}_2^H \hat{\mathbf{x}}_2}, \quad (2.43)$$

mit hermitesch transponierten Eigenvektoren, liefert Werte zwischen 0 und 1. Ergebnisse nahe 1 sprechen für eine gute, Ergebnisse nahe 0 für eine schlechte Übereinstimmung der Vektoren. Das Berücksichtigen der aerodynamischen Dämpfung führt zu komplexen Eigenvektoren. Dass das MAC für komplexe Eigenvektoren nur bedingt ausreicht, ist in [102] dargestellt. Das

erweiterte Kriterium

$$MACXP = \frac{\left(\frac{|\hat{\mathbf{x}}_1^H \hat{\mathbf{x}}_2|}{|\bar{\lambda}_1 + \lambda_2|} + \frac{|\hat{\mathbf{x}}_1^T \hat{\mathbf{x}}_2|}{|\lambda_1 + \lambda_2|} \right)^2}{\left(\frac{|\hat{\mathbf{x}}_1^H \hat{\mathbf{x}}_1|}{2|Re(\lambda_1)|} + \frac{|\hat{\mathbf{x}}_1^T \hat{\mathbf{x}}_1|}{2|\lambda_1|} \right) \left(\frac{|\hat{\mathbf{x}}_2^H \hat{\mathbf{x}}_2|}{2|Re(\lambda_2)|} + \frac{|\hat{\mathbf{x}}_2^T \hat{\mathbf{x}}_2|}{2|\lambda_2|} \right)} \quad (2.44)$$

arbeitet sowohl mit hermitesch transponierten als auch mit transponierten Vektoren. Zudem sind die korrespondierenden komplexen Eigenwerte λ_1 und λ_2 berücksichtigt, sodass das Kriterium auch bei geringer Datenbasis anwendbar ist [102].

3 Strukturmodell

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Flügel der Referenzkonfiguration REF 2 [79], dargestellt in Abbildung 3.1, untersucht. Die Vorauslegung erfolgte mit dem Werkzeug PrADO (Preliminary Aircraft Design and Optimization) des Instituts für Leichtbau und Flugzeugbau (IFL) der TU Braunschweig [43] mit dem Anspruch, den Anforderungen des Flightpath 2050 [18] zu entsprechen. Bei der REF 2 handelt es sich um ein konventionelles Flugzeug mit Turboprop-Triebwerken. Eine detaillierte Beschreibung der geometrischen Daten und dynamischen Eigenschaften ist in Abschnitt 3.1 gegeben.

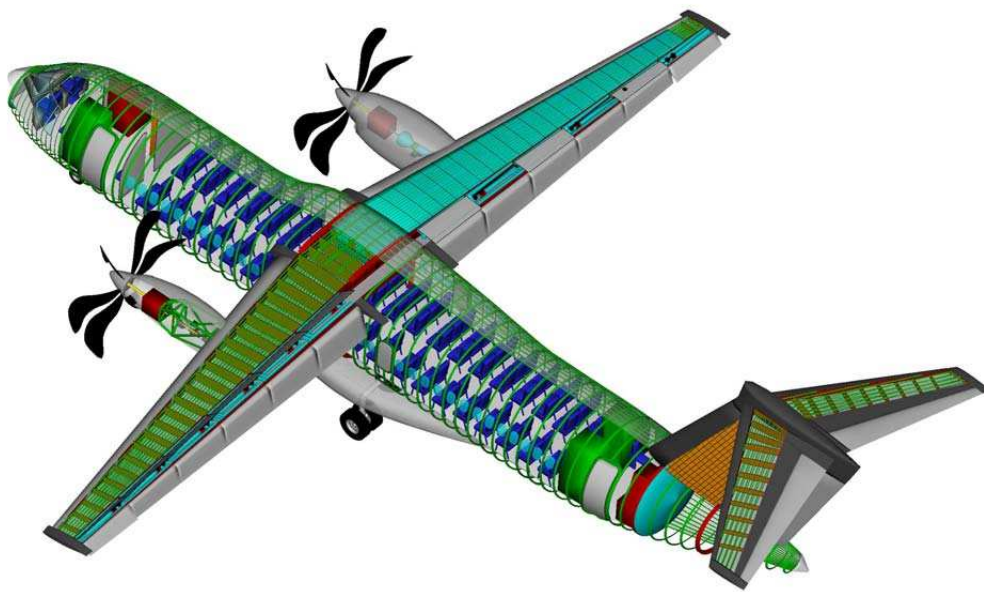


Abb. 3.1: Referenzkonfiguration REF 2 [44]

Eine Anforderung an das reduzierte Modell besteht darin, Änderungen möglichst effizient zu integrieren. Eine hohe Anpassungsfähigkeit wird erreicht, indem die Flügelstruktur in Substrukturen unterteilt wird. Erfolgen Änderungen an einer der Substrukturen muss nur das entsprechende Substrukturmodell angepasst werden. Die restlichen Substrukturmodelle bleiben uneinträchtigt. Zunächst wird die Struktur näher vorgestellt und die dynamischen Eigenschaften des Gesamtmodells beschrieben. Die dynamischen Eigenschaften der jeweiligen Substrukturen werden in Abschnitt 3.2 vorgestellt. Die in Abschnitt 2.1.2 vorgestellte Substrukturtechnik koppelt die modal reduzierten Substrukturen zu einem Gesamtmodell. Den Vergleich der dynamischen Eigenschaften des FE-Gesamtmodells mit jenen der im Modalraum gekoppelten Substrukturen beschreibt Abschnitt 3.2.3.

Neben globalen Änderungen der Substrukturen sind lokale Änderungen zu berücksichtigen. Die Position der Nase sowie der Hinterkantenklappenwinkel sind variabel und beeinflussen unter Umständen die dynamischen Eigenschaften der Struktur. Entlang des Flügels sind zudem Tanks angeordnet, deren veränderlichen Massen ebenfalls eine Änderung der dynamischen Ei-

genschaften bewirken. Eine Untersuchung der Aeroelastizität soll für viele Zustände möglich sein. In Abschnitt 3.3 wird daher eine Parametrisierung der Struktur im Modalraum vorgestellt.

Für die Übergabe und Berechnung der FE-Modelle wird das kommerzielle Programm ANSYS® genutzt. Die Lösung der Eigenwertprobleme erfolgt mit dem implementierten Block Lanczos-Verfahren [35].

3.1 Struktureigenschaften

Die detaillierte Dimensionierung der Flügelstruktur erfolgt am IFL der TU Braunschweig. Eine ausführliche Beschreibung des Auslegungsprozesses und des zugrunde liegenden Modells findet sich in [97]. Die Triebwerksgondel und die Wirkfläche des Propellers sind im Modell mit Schalenelementen abgebildet. Die Elemente sind starr mit einem Massepunkt verbunden und haben selber keine strukturellen Eigenschaften. Auch der Antriebsstrang ist nicht explizit diskretisiert. Bei dem hier berücksichtigten Triebwerk handelt es sich demnach um einen Starrkörper.

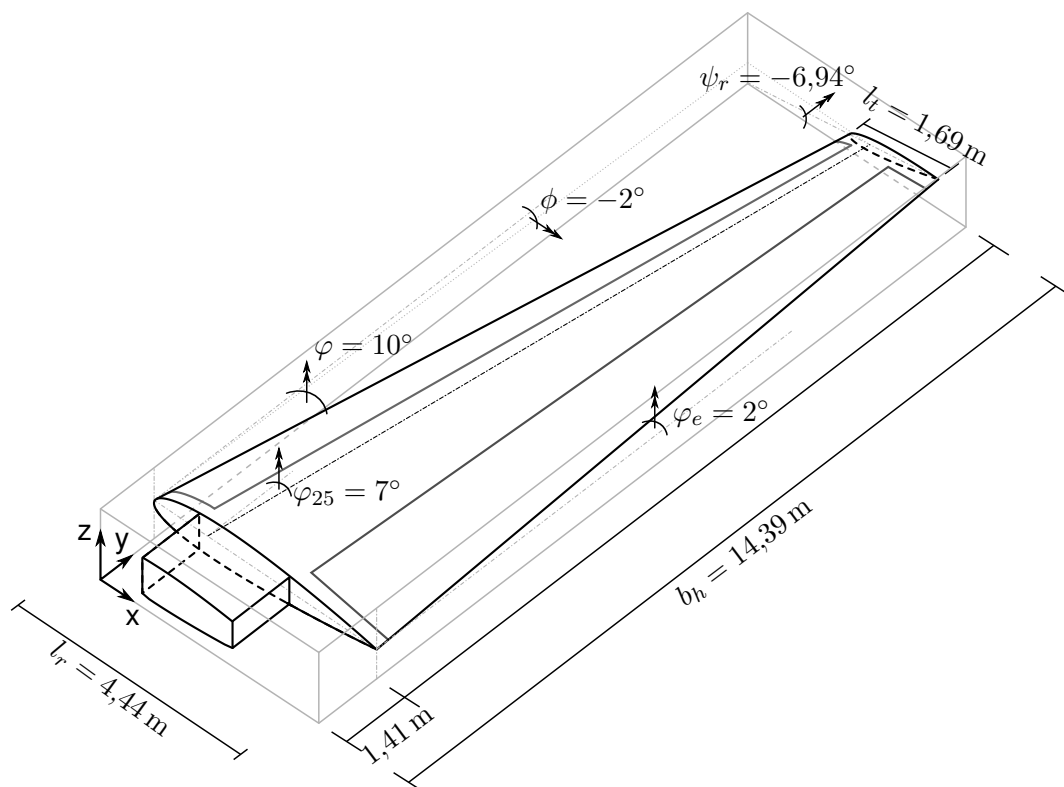


Abb. 3.2: Flügelskizze mit den Daten der REF 2 [44]

Das FE-Modell basiert auf dem Datenblatt [44]. Der in Abbildung 3.2 dargestellte Einzelflügel hat eine Halbspannweite b_h von 14,39 Metern, eine Referenzfläche S von 46 Quadratmetern und eine Referenztiefe l_μ von 3,43 Metern. Bis zu einer Spannweite von 1,41 Metern ist der

Flügel im Rumpf eingebunden. Dieser Punkt wird nachfolgend als Flügelwurzel bezeichnet. Der Pfeilwinkel an der Vorderkante φ ist mit 10° bzw. an der Viertellinie φ_{25} mit 7° relativ klein. Die Hinterkante ist um 2° vorwärts gepfeilt und die V-Stellung ϕ mit -2° leicht negativ. Der Tragflügel verjüngt sich von 4,44 Metern Profiltiefe an der Wurzel l_r auf 1,69 Meter Profiltiefe an der Spitze l_t . Zudem ist der Flügel um einen Einbauwinkel von 0° an der Wurzel ψ_r auf $-6,94^\circ$ and der Spitze ψ_t verwunden. Die Gondel ist bei ca. 5 Metern entlang der Spannweite angeordnet. Die fünf Hinterkantenklappen nehmen ca. 25% der Profiltiefe ein. Der Hinterkantenklappenwinkel δ_{fl} kann von -30° bis 65° verstellt werden. Die Senknase umfasst ca. 20% der Profiltiefe und der Nasenwinkel γ_n kann bis zu $41,8^\circ$ betragen.

Nachfolgend wird das dynamische Verhalten des Gesamtmodells vorgestellt. Der Flügel wird in der Landekonfiguration betrachtet. Das bedeutet, dass die Senknase und die Hinterkantenklappen maximal ausgelenkt sind. Im Gegensatz zu den Daten in [44] sind alle Hinterkantenklappen um 65° ausgeschlagen. Das Datenblatt sieht ursprünglich vor, dass die Klappe an der Flügelspitze nur um 45° ausgeschlagen ist.

3.1.1 Modal-Analyse des Gesamtmodells

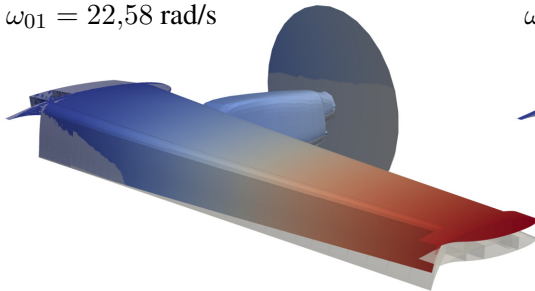
Abbildung 3.3 zeigt die ersten acht Eigenschwingungsformen mit den zugehörigen Eigenkreisfrequenzen des Flügels mit angebundenem Triebwerk. Die Tankmasse ist mit 23% der maximalen Tankmasse berücksichtigt, um der Situation eines Landeanflugs gerecht zu werden.

Bei der ersten Eigenschwingungsform handelt es sich um die erste vertikale Biegung. Die zweite Eigenschwingungsform beschreibt ebenfalls eine Biegung jedoch mit einem leichten Torsionsanteil, welcher aus der Triebwerksmasse folgt. Die dritte Eigenschwingungsform ist die erste laterale Biegeschwingung, die vierte die zweite vertikale Biegeschwingung. Eigenschwingungsform fünf, sechs und sieben zeigen sowohl Biege- als auch Torsionsanteile. Die achte Eigenschwingungsform beschreibt die dritte reine vertikale Biegeschwingung. Auffallend ist, dass keine reine Torsionsschwingung zu erkennen ist. Hingegen ähneln sich die Verläufe der Eigenschwingungsformen fünf bis sieben. Die zugehörigen Eigenkreisfrequenzen liegen ebenfalls relativ nah beieinander.

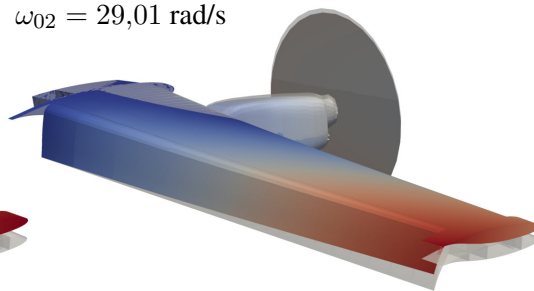
Wie in Abschnitt 2.3.3 beschrieben, werden die Eigenschwingungsformen in die aerodynamischen Freiheitsgrade h und α im Viertelpunkt überführt. Die Verformungen der ersten acht Eigenschwingungsformen in aerodynamischen Koordinaten sind in Abbildung 3.4 über die dimensionslose Spannweite η aufgetragen. Betrachtet wird nur der Flügelabschnitt, der außerhalb des Rumpfes liegt. Diese Darstellungsform ermöglicht eine eindeutige Unterteilung in Biege- und Torsionsanteile. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Viertellinie, auf die sich die Verformungen beziehen, nicht der elastischen Achse des Flügels entspricht. Aus diesem Grund ist bei der reinen Torsionsschwingung um die elastische Achse ein Biegeanteil in der Viertellinie unumgänglich. Die laterale Biegung ist nicht dargestellt.

Die Biegeformen der Eigenschwingungsformen 1, 2, 4 und 8 sind eindeutig zu erkennen. Es zeigt sich, dass auch die dritte Eigenschwingungsform geringe Anteile der zweiten Biegung enthält. Aus dem Vergleich der Eigenschwingungsformen fünf bis sieben folgt, dass insbesondere Eigenschwingungsform 6 und 7 beinahe identisch verlaufen. Festzustellen ist, dass in der ersten Hälfte der Spannweite kaum Torsion auftritt. Die Vermutung liegt nahe, dass die Triebwerksmasse in diesem Bereich stabilisierend wirkt.

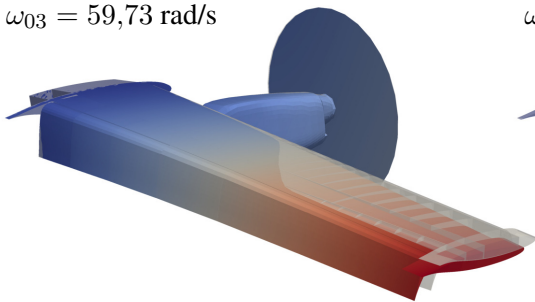
Eigenschwingungsform 1:
 $\omega_{01} = 22,58 \text{ rad/s}$



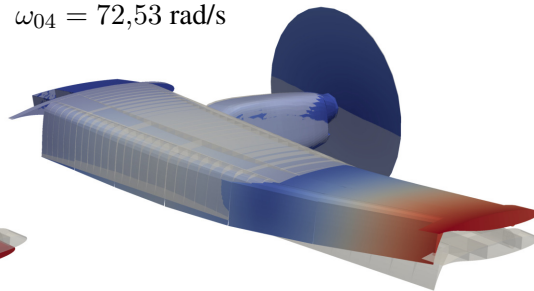
Eigenschwingungsform 2:
 $\omega_{02} = 29,01 \text{ rad/s}$



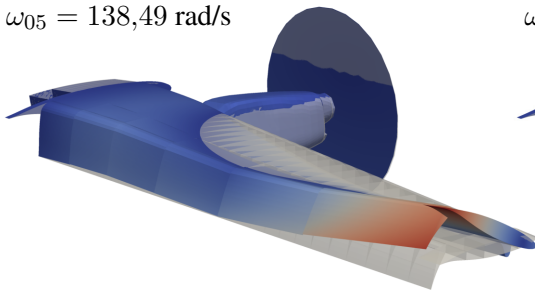
Eigenschwingungsform 3:
 $\omega_{03} = 59,73 \text{ rad/s}$



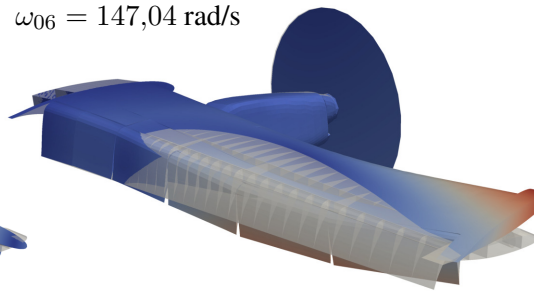
Eigenschwingungsform 4:
 $\omega_{04} = 72,53 \text{ rad/s}$



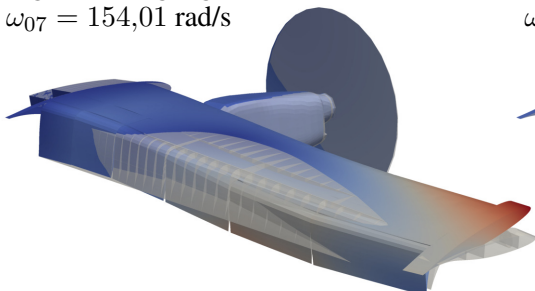
Eigenschwingungsform 5:
 $\omega_{05} = 138,49 \text{ rad/s}$



Eigenschwingungsform 6:
 $\omega_{06} = 147,04 \text{ rad/s}$



Eigenschwingungsform 7:
 $\omega_{07} = 154,01 \text{ rad/s}$



Eigenschwingungsform 8:
 $\omega_{08} = 170,67 \text{ rad/s}$

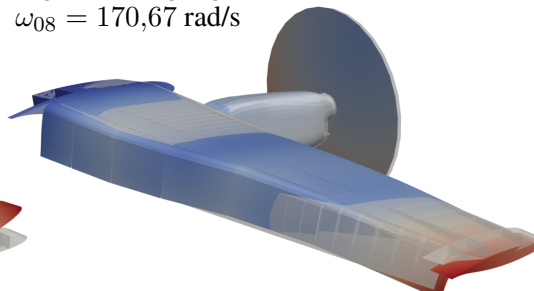


Abb. 3.3: Massennormierte Eigenschwingungsformen der REF 2 bei 23% Tankfüllung

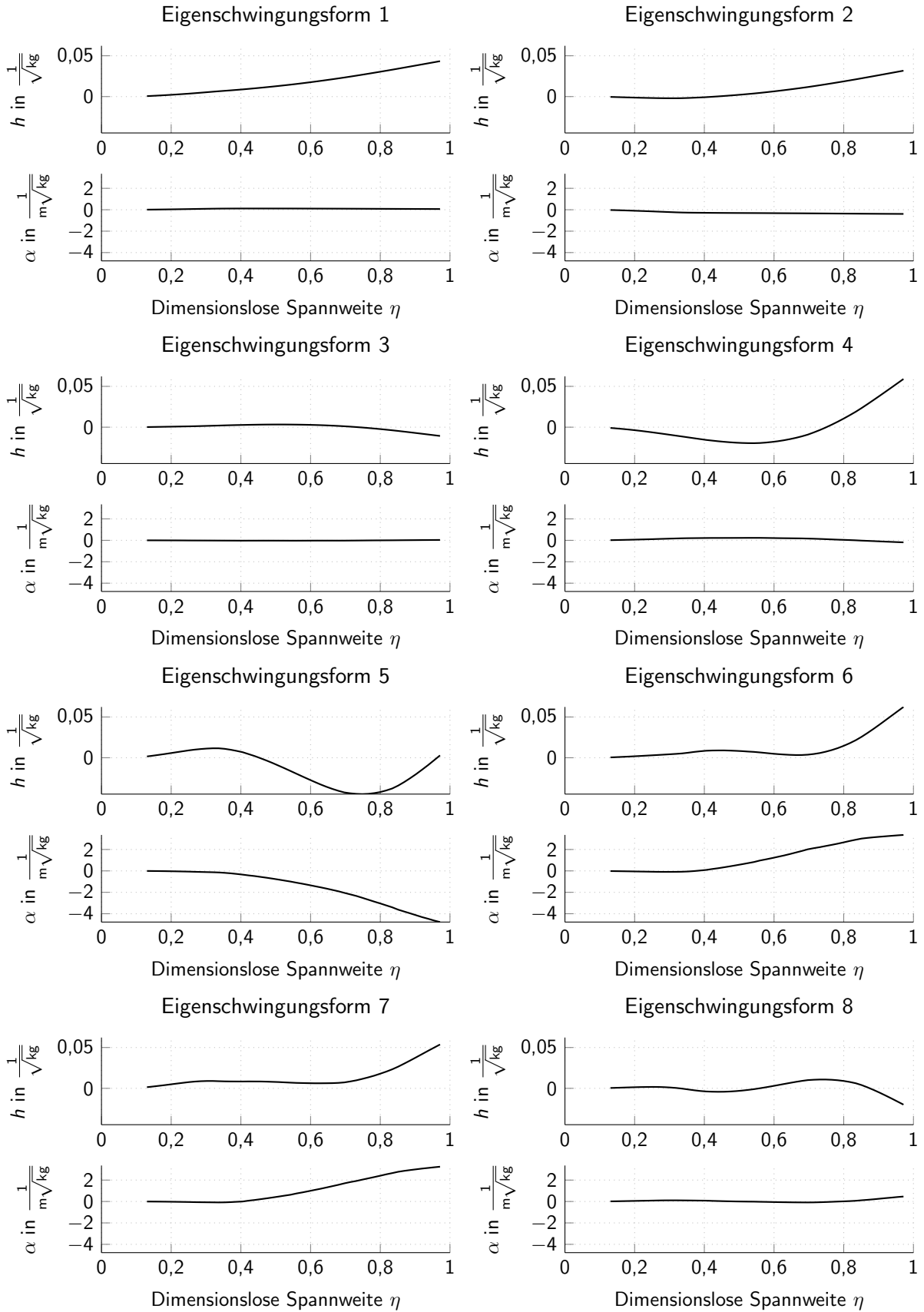


Abb. 3.4: Massennormierte Eigenschwingungsformen der REF 2 in aerodynamischen Freiheitsgraden

Für die Berechnung der instationären Aerodynamik ist nicht die Eigenkreisfrequenz, sondern die reduzierte Frequenz maßgebend. Die reduzierte Frequenz ist abhängig von der lokalen Flügeltiefe, womit sie entlang des Tragflügels veränderlich ist. Tabelle 3.1 gibt einen Überblick über die reduzierten Frequenzen an der Wurzel k_r , an der Spitze k_t und anhand der Referenztiefe k_μ .

Tab. 3.1: Umrechnung der Eigenkreisfrequenzen der REF 2 in reduzierte Frequenzen

	ω_0 in rad/s	k_t	k_μ	k_r
Eigenschwingungsform 1	22,58	0,37	0,76	0,98
Eigenschwingungsform 2	29,01	0,48	0,97	1,26
Eigenschwingungsform 3	59,73	0,99	2,01	2,60
Eigenschwingungsform 4	72,53	1,20	2,44	3,16
Eigenschwingungsform 5	138,49	2,29	4,65	6,02
Eigenschwingungsform 6	147,04	2,43	4,94	6,40
Eigenschwingungsform 7	154,01	2,55	5,17	6,70
Eigenschwingungsform 8	170,67	2,83	5,73	7,42

3.2 Substrukturtechnik

Mit Hilfe der in Abschnitt 2.3.3 vorgestellten Vorgehensweise werden die Substrukturen der Referenzkonfiguration im Modalraum gekoppelt. Zunächst werden dafür die einzelnen Substrukturen des Gesamtmodells separat untersucht. Die Unterschiede des Flügels ohne Triebwerk im Vergleich zum Gesamtmodell werden erläutert. Im Anschluss erfolgt die Kopplung der Substrukturen im Modalraum zu dem gekoppelten Gesamtmodell.

3.2.1 Modal-Analyse des Flügels ohne Triebwerk

Der Vergleich der Eigenschwingungsformen vom Flügel mit Triebwerk und dem Flügel ohne Triebwerk (vgl. Abbildung 3.5) zeigt sowohl Gemeinsamkeiten als auch Unterschiede auf. Die Tankmasse beträgt erneut 23% der maximalen Tankmasse.

Die erste Eigenschwingungsform ist auch hier die erste Biegeeigenschwingungsform. Die Frequenz ist etwas höher als bei der Gesamtstruktur, da das Fehlen der Triebwerksmasse das System versteift. Die zweite Eigenschwingungsform ist bereits die erste laterale Biegung und damit vergleichbar mit der dritten Eigenschwingungsform der Gesamtstruktur. Diese Beobachtung bestätigt, dass die zweite Eigenschwingungsform der Gesamtstruktur auf die Triebwerksmasse zurückzuführen ist. Eigenschwingungsform drei, fünf und acht entsprechen der zweiten, dritten und vierten Biegeeigenschwingungsform. Eigenschwingungsform vier und sieben sind die

erste und zweite reine Torsionsschwingung. Die sechste Eigenschwingungsform entspricht der zweiten lateralen Biegung mit leichten Torsionsanteilen.

Im Gegensatz zur Gesamtstruktur treten die Biege- und insbesondere die Torsionseigenschwingungsformen nicht gekoppelt auf. Diesen Eindruck unterstützt auch Abbildung 3.6, in der die Eigenschwingungsformen in den aerodynamischen Freiheitsgraden h und α aufgezeigt sind. Zudem liegen die Eigenkreisfrequenzen in jedem Fall höher als bei der Gesamtstruktur. Dieses Verhalten ist auf das fehlende Gewicht zurückzuführen.

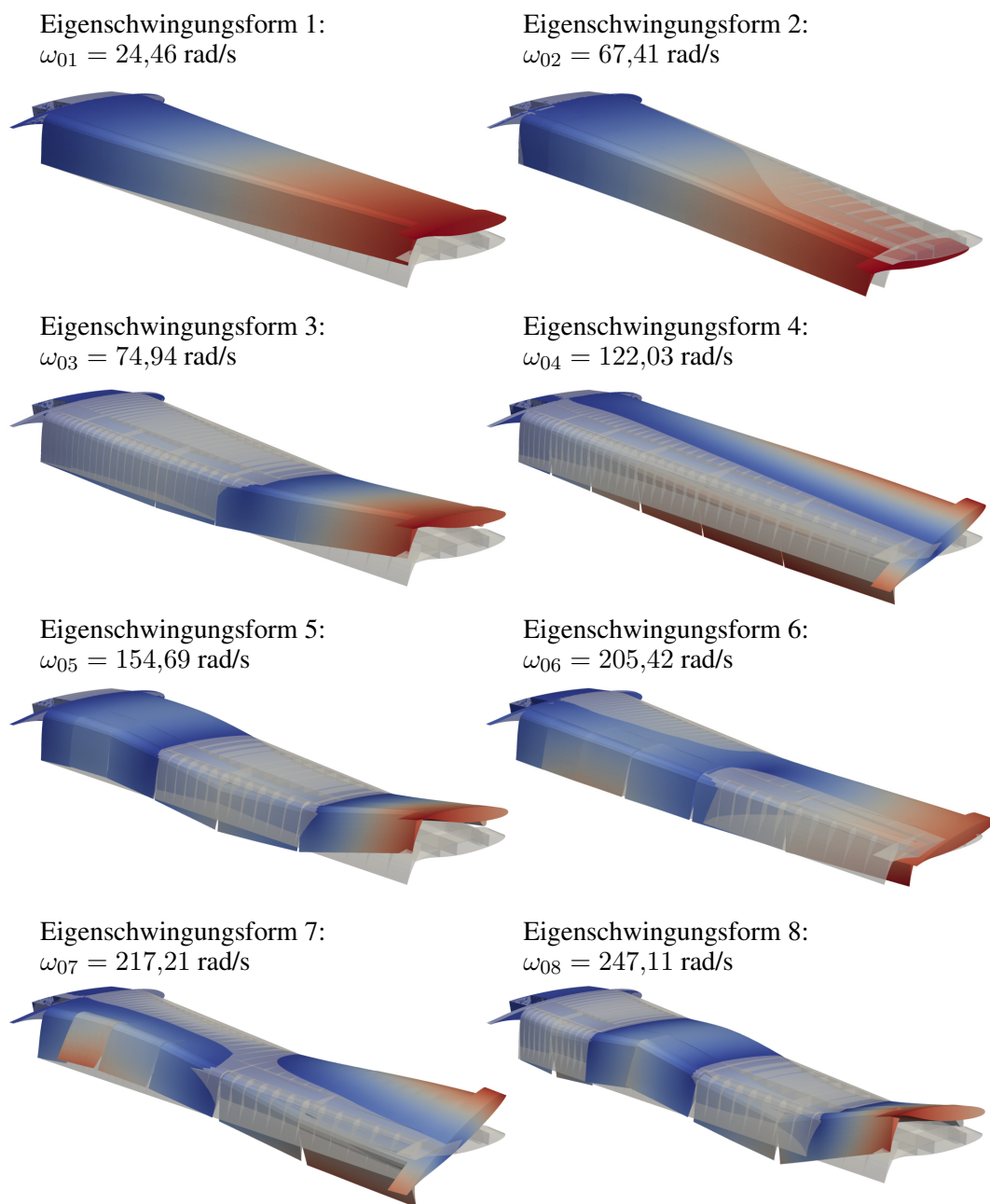


Abb. 3.5: Massennormierte Eigenschwingungsformen des Flügels der REF 2 bei 23% Tankfüllung

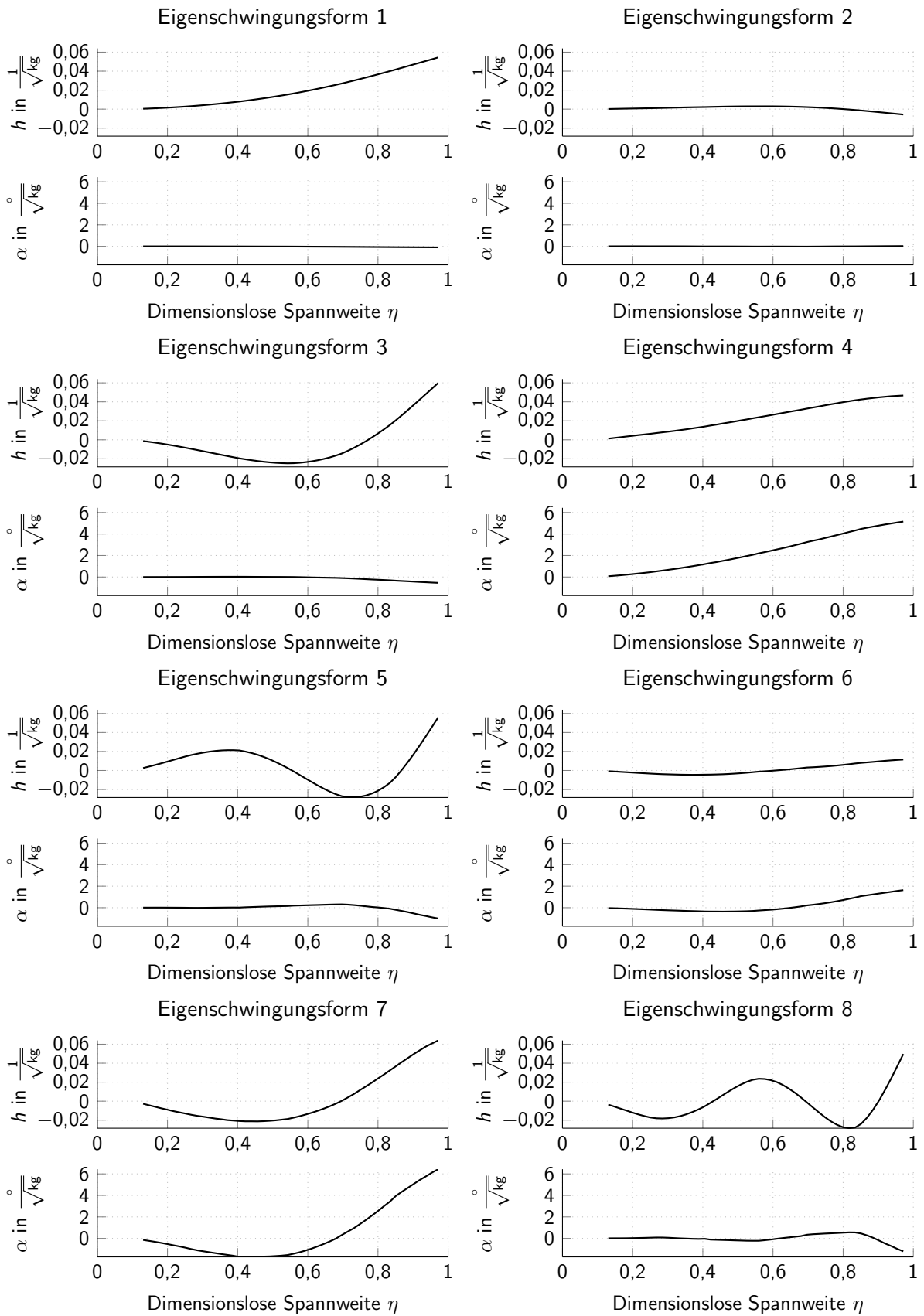


Abb. 3.6: Massennormierte Eigenschwingungsformen des Flügels in aerodynamischen Freiheitsgraden

In Tabelle 3.2 sind die reduzierten Frequenzen des Tragflügels ohne Triebwerk an der Wurzel k_r , an der Spitze k_t und anhand der Referenztiefe k_μ angegeben.

Tab. 3.2: Umrechnung der Eigenkreisfrequenzen des Tragflügels der REF 2 in reduzierte Frequenzen

	ω_0 in rad/s	k_t	k_μ	k_r
Eigenschwingungsform 1	24,46	0,41	0,82	1,06
Eigenschwingungsform 2	67,41	1,12	2,26	2,93
Eigenschwingungsform 3	74,94	1,24	2,52	3,26
Eigenschwingungsform 4	122,03	2,02	4,10	5,31
Eigenschwingungsform 5	154,69	2,56	5,20	6,73
Eigenschwingungsform 6	205,42	3,40	6,90	8,94
Eigenschwingungsform 7	217,21	3,60	7,29	9,45
Eigenschwingungsform 8	247,11	4,09	8,30	10,75

3.2.2 Modal-Analyse der Triebwerksbewegung

Wie bereits beschrieben, sind die Gondel und der Antriebsstrang nicht im Detail diskretisiert. Stattdessen ist die Hülle mit Schalenelementen dargestellt, welche alle starr mit einem Massepunkt verbunden sind. Diese Masse entspricht dem Gewicht der Gondel und dem Antriebsstrang und beträgt 1730 kg. Abbildung 3.7 zeigt die Starrkörperbewegungen.

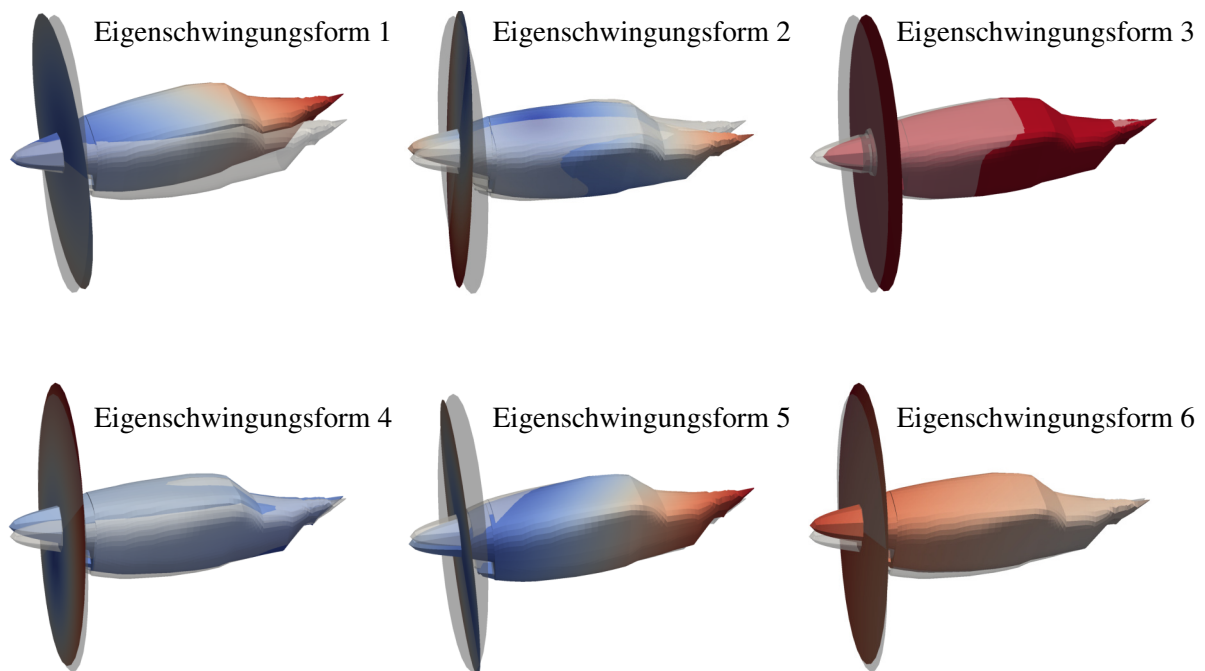


Abb. 3.7: Starrkörperbewegungen des Triebwerks der REF 2

Damit die Bewegung vollständig beschrieben wird, ist für jeden Freiheitsgrad eine Starrkörperbewegung notwendig. In diesem Fall sind das sechs Freiheitsgrade und dementsprechend sechs Starrkörperbewegungen. Die Starrkörperbewegung 3 zeigt dabei als einziges eine reine Verformung in Richtung eines Freiheitsgrads. Alle anderen Starrkörperbewegungen zeigen gekoppelte Translations- und Rotationsbewegungen.

3.2.3 Im Modalraum gekoppeltes Gesamtmodell

Die vorgestellten Substrukturen werden nun im Modalraum zu einem Gesamtmodell gekoppelt. Dabei werden reduzierte Modalmatrizen genutzt, weshalb Abweichungen in den Frequenzen und Eigenschwingungsformen der gekoppelten Struktur gegenüber der Gesamtstruktur zu erwarten sind.

Das Triebwerk der Referenzkonfiguration ist nur als Starrkörper vorhanden, sodass alle sechs Starrkörpermoden für die Kopplung verwendet werden müssen. Die Modalmatrix des Flügels wird vor dem Kopplungsprozess reduziert. In Tabelle 3.3 sind die Eigenkreisfrequenzen der Gesamtstruktur ω_{ref} den Eigenkreisfrequenzen der gekoppelten Strukturen ω_n gegenübergestellt. Die Kopplung beinhaltet 8, 32 bzw. 128 Flügelmoden. Zudem ist jeweils der Betrag des relativen Fehlers $\varepsilon_n = \left| \frac{\omega_n - \omega_{\text{ref}}}{\omega_{\text{ref}}} \right|$ vom Wert des gekoppelten Systems zum Referenzwert angegeben.

Tab. 3.3: Vergleich der Eigenkreisfrequenzen der Gesamtstruktur und gekoppelter Strukturen mit unterschiedlicher Anzahl an berücksichtigten Eigenschwingungsformen (ESF)

	ω_{ref}	ω_8	ε_8	ω_{32}	ε_{32}	ω_{128}	ε_{128}
	in rad/s	in rad/s	in %	in rad/s	in %	in rad/s	in %
ESF 1	22,58	23,27	3,08	23,07	2,17	22,85	1,17
ESF 2	29,00	36,78	26,81	32,80	13,08	30,50	5,13
ESF 3	59,73	59,85	0,20	59,45	0,48	57,77	3,28
ESF 4	72,53	73,38	1,18	72,45	0,11	71,95	0,80
ESF 5	138,49	140,96	1,78	135,50	2,16	140,09	1,16
ESF 6	147,04	153,20	4,19	144,42	1,78	150,98	2,68
ESF 7	154,01	160,72	4,36	156,72	1,76	167,22	8,58
ESF 8	170,67	232,79	36,40	191,93	12,46	201,46	18,04
\varnothing_{1-8}			9,75		4,25		5,10

Bei der Betrachtung des relativen Fehlers fällt auf, dass dieser für die Eigenschwingungsformen zwei und acht deutlich erhöht ist. Wie bereits bei der Analyse der Eigenschwingungsformen der Gesamtstruktur (vgl. Abschnitt 3.1.1) beschrieben, folgt die 2. Eigenschwingungsform aus der Last der Triebwerksmasse. Dieses kommt einer statischen Belastung des Systems nahe.

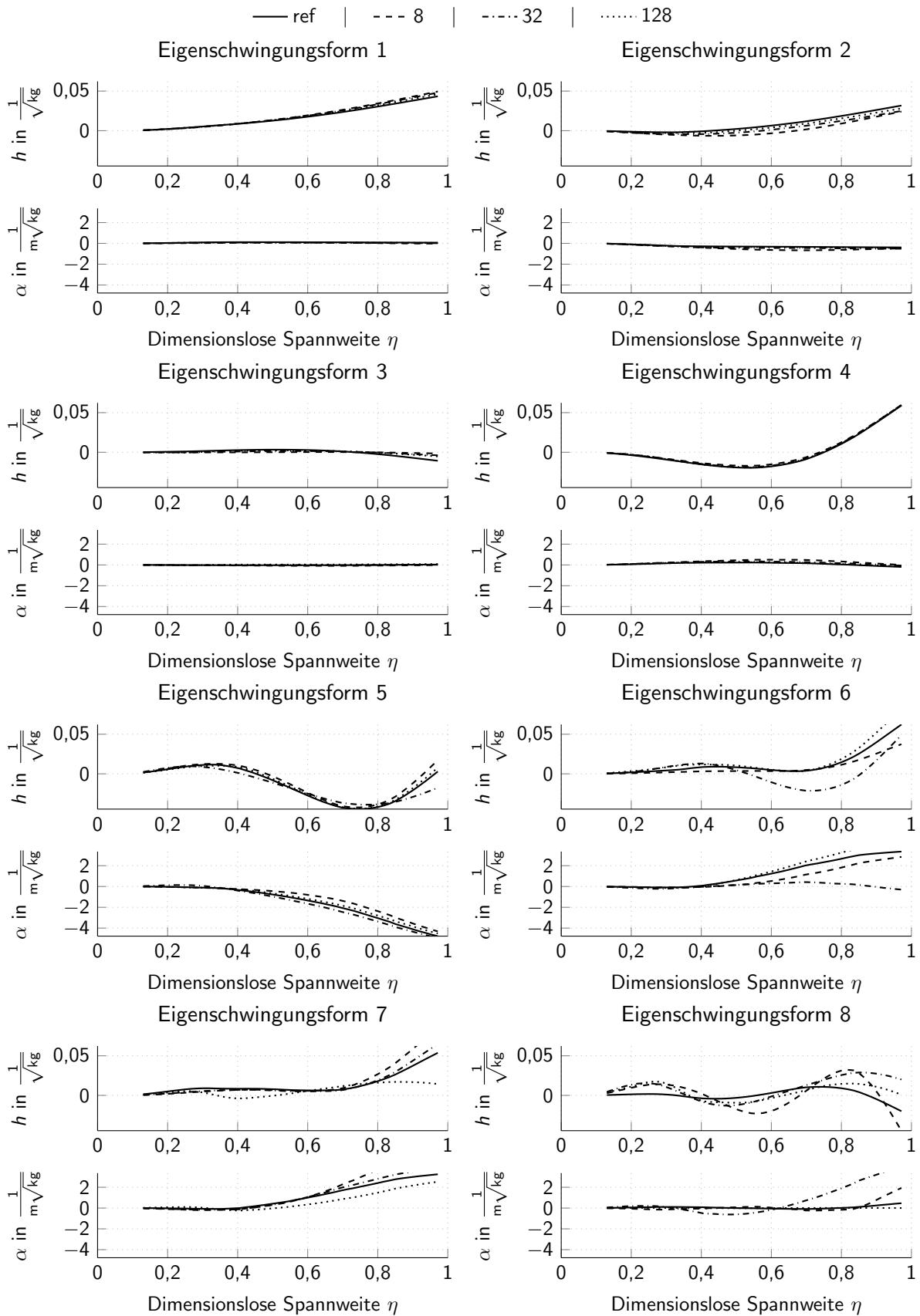


Abb. 3.8: Vergleich der Eigenschwingungsformen der REF 2 in aerodynamischen Koordinaten

Mit der hier gewählten Methode sind statische Verformungen nur begrenzt abbildbar (vgl. Abschnitt 2.3.3). Abbildung 3.8 zeigt den Vergleich der Eigenschwingungsformen in aerodynamischen Freiheitsgraden. Trotz der großen relativen Abweichung der Eigenkreisfrequenz der 2. Eigenschwingungsform sind die Verläufe prinzipiell für alle Fälle vergleichbar. Im Durchschnitt \varnothing_{1-8} ist der Fehler bei der Berücksichtigung von 32 Flügeleigenschwingungsformen am geringsten. Eigentlich ist zu erwarten, dass der Fehler mit einer höheren Anzahl berücksichtigter Schwingungsformen abnimmt. Neben dem Fehler in den Eigenkreisfrequenzen ist auch die Übereinstimmung der Eigenschwingungsformen zu betrachten. Abbildung 3.8 zeigt, dass die Verläufe der ersten fünf Eigenschwingungsformen für alle Fälle gut übereinstimmen. Die Verläufe der 6. Eigenschwingungsformen zeigen, dass der Ansatz mit 128 Flügeleigenschwingungsformen die beste Näherung darstellt. Die 6. Eigenkreisfrequenz ist hingegen mit 32 berücksichtigten Flügeleigenschwingungsformen am Besten approximiert. Entsprechendes gilt auch für die 8. Eigenschwingungsform und Eigenkreisfrequenz. Die Untersuchung der Aeroelastizität findet für niedrige Frequenzen statt. Daher wird die Modalmatrix des Flügels auf 30 Eigenschwingungsformen reduziert.

3.3 Strukturparametrisierung

Massen- und Steifigkeitsänderungen haben, wie in Abschnitt 2.1 aufgezeigt, einen Einfluss auf das dynamische Verhalten einer Struktur. Daher ist es sinnvoll diese Änderungen zu parametrisieren. Für eine hohe Effizienz des ROMs, werden die bereits reduzierten Modelle im Modalraum parametrisiert. Das hier beschriebene Verfahren wurde in [73] vorgestellt.

3.3.1 Gewählter Ansatz

Auf Grundlage der Ausgangskonfiguration

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{K}_1 \mathbf{x}_1 = 0, \quad (3.1)$$

werden mit Hilfe von ANSYS® die Eigenvektoren $\hat{\mathbf{x}}_{1j}$ und Eigenkreisfrequenzen ω_{01j}^2 bestimmt. Eine zweite Konfiguration berücksichtigt veränderte Massen $\Delta \mathbf{M}$ und Steifigkeiten $\Delta \mathbf{K}$

$$(\mathbf{M}_1 + \Delta \mathbf{M}) \ddot{\mathbf{x}}_2 + (\mathbf{K}_1 + \Delta \mathbf{K}) \mathbf{x}_2 = 0. \quad (3.2)$$

Auch für diese Konfiguration werden mit Hilfe von ANSYS® die Eigenvektoren $\hat{\mathbf{x}}_{2j}$ und Eigenkreisfrequenzen ω_{02j}^2 bestimmt.

Der Ansatz für die Parametrisierung folgt daraus, dass sich die Freiheitsgrade \mathbf{x}_2 der abgeänderten Konfiguration mit Hilfe von generalisierten Koordinaten und den Eigenvektoren $\hat{\mathbf{x}}_{1j}$ der Ausgangskonfiguration beschreiben lassen:

$$\mathbf{x}_2 = \hat{\mathbf{x}}_{1j} q_j; \quad \delta \mathbf{x}_2 = \hat{\mathbf{x}}_{1j} \delta q_j. \quad (3.3)$$

Wird mit diesem Ansatz die Bewegungsgleichung (3.2) in den Modalraum transformiert, folgt

$$\hat{\mathbf{x}}_{1j}^T (\mathbf{M}_1 + \Delta \mathbf{M}) \hat{\mathbf{x}}_{1j} \ddot{q}_j + \hat{\mathbf{x}}_{1j}^T (\mathbf{K}_1 + \Delta \mathbf{K}) \hat{\mathbf{x}}_{1j} q_j = 0 \quad (3.4)$$

bzw.

$$(1 + \underbrace{\hat{\mathbf{x}}_{1j}^T \Delta \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}_{1j}}_{\eta_m \Delta m_j}) \ddot{q}_j + (\omega_{01j}^2 + \underbrace{\hat{\mathbf{x}}_{1j}^T \Delta \mathbf{K} \hat{\mathbf{x}}_{1j}}_{\eta_k \Delta \omega_{0j}^2}) q_j = 0. \quad (3.5)$$

Die Bewegungsgleichung einer beliebig veränderten Konfiguration im Modalraum ist dementsprechend mit Hilfe der Eigenvektoren der Ausgangskonfiguration, einer Änderung der generalisierten Masse Δm_j und einer Änderung der Eigenkreisfrequenzen $\Delta \omega_{0j}^2$ beschreibbar. Die Parameter η_m und η_k dienen der angestrebten Parametrisierung. Mit Hilfe dieser Bewegungsgleichung können für unterschiedliche Konfigurationen die Eigenkreisfrequenzen und Dämpfungsbeiwerte bestimmt werden. Unbekannt ist bisher die Größe der Änderung der generalisierten Masse und die der Änderung der Eigenkreisfrequenzen.

Die Eigenkreisfrequenzen der abgeänderten Konfiguration nach Gleichung (3.5) lassen sich mit der Normierung auf die Massenmatrix (vgl. Gl. (2.6)) mit

$$\omega_{02j}^2 = \frac{\omega_{01j}^2 + \eta_k \Delta \omega_{0j}^2}{1 + \eta_m \Delta m_j} \quad (3.6)$$

berechnen. Diese sind bereits bekannt, da sie mit ANSYS® am Ausgangssystem berechnet wurden. Für die Bestimmung der Änderung der generalisierten Masse und der der Eigenkreisfrequenzen muss eine Fallunterscheidung getroffen werden.

- Fall 1: vollständig veränderte Masse $\rightarrow \eta_m = 1$; unveränderte Steifigkeit $\rightarrow \eta_k = 0$

$$\Delta m_j = \frac{\omega_{01j}^2}{\omega_{02j,m}^2} - 1 \quad (3.7)$$

- Fall 2: vollständig veränderte Steifigkeit $\rightarrow \eta_k = 1$; unveränderte Masse $\rightarrow \eta_m = 0$

$$\Delta \omega_{0j}^2 = \omega_{02j,k}^2 - \omega_{01j}^2 \quad (3.8)$$

Für einen beliebigen Zustand zwischen der Ausgangskonfiguration und den hinsichtlich Masse bzw. Steifigkeit veränderten Konfigurationen folgt entsprechend Gleichung (3.6)

$$\omega_{0j}^2 = \frac{\omega_{01j}^2 + \eta_k (\omega_{02j,k}^2 - \omega_{01j}^2)}{1 + \eta_m \left(\frac{\omega_{01j}^2}{\omega_{02j,m}^2} - 1 \right)}. \quad (3.9)$$

Entscheidend sind dabei für die weitere Bearbeitung lediglich die Eigenkreisfrequenzen der Ausgangskonfigurationen. Auch eine Extrapolation mit $\eta \geq 1$ ist möglich.

3.3.2 Parametrisierung des reduzierten Modells

Die Parametrisierung umfasst die Tankfüllung m in den Grenzen von 0% bis 100% des Tankvolumens und den Hinterkantenklappenwinkel von 0° bis 65° . Für die Vorderkante werden nur die beiden Zustände mit ($\gamma_n = 41,8^\circ$) bzw. ohne ($\gamma_n = 0^\circ$) Senknase vorgesehen und keine Parametrisierung vorgenommen. Lediglich die Extremwerte zur Parametrisierung zu verwenden ist insbesondere bei der Massenänderung nicht ausreichend, weshalb zusätzliche Zustände berücksichtigt werden. Tabelle 3.4 fasst die zur Parametrisierung verwendeten Zustände zusammen.

Tab. 3.4: Stützpunkte für die Parametrisierung

γ_n	δ_{fl}	m
0°	0°	0%
$41,8^\circ$	30°	23%
	65°	39%
		62%
		77%
		100%

Die Berechnung der Eigenkreisfrequenzen beliebiger Konfigurationen in Gleichung (3.9) muss daran angepasst werden, dass mehrere Stützpunkte vorliegen. Es folgt

$$\omega_{0j}^2 = \frac{\omega_{0ij}^2 + \eta_k(\omega_{0i+1j,k}^2 - \omega_{0ij}^2)}{\frac{\omega_{01j}^2}{\omega_{0ij}^2} + \eta_m \left(\frac{\omega_{01j}^2}{\omega_{0i+1j,m}^2} - \frac{\omega_{01j}^2}{\omega_{0ij}^2} \right)}, \quad (3.10)$$

womit η_k und η_m den Übergang zwischen den Konfigurationen i und $i + 1$ beschreiben, die den gewählten Zustand umschließen. Der Nenner entspricht dabei der Steifigkeitsmatrix und der Zähler der Massenmatrix der gewählten Konfiguration.

Ein Vergleich der Eigenkreisfrequenzen der parametrisierten Struktur und der diskreten Ergebnisse des FE-Modells ist in Abbildung 3.9 dargestellt. Die zur Parametrisierung verwendeten Stützpunkte sind mit einem Kreis gekennzeichnet und die Ergebnisse des FE-Modells mit einem Kreuz. In beiden Fällen handelt es sich um das Referenzprofil mit Senknase. Links ist bei variabler Tankfüllung ein konstanter Hinterkantenklappenwinkel δ_{fl} von 65° vorgegeben. Deutlich wird, dass die beschriebene Parametrisierung einen linearen Übergang zwischen den Ausgangskonfigurationen beschreibt. Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Stützpunkte mit 0% und 100% Tankfüllung für eine Parametrisierung nicht ausreichen würden. Im Bereich niedriger Tankfüllungen sind große Veränderungen der Eigenkreisfrequenzen zu erkennen. Mit zunehmender Tankfüllung nehmen diese Änderungen ab. Außerdem sind die Eigenkreisfre-

quenzen der Torsionseigenschwingungsformen (orange bzw. dunkelgrün dargestellt) verhältnismäßig konstant im Vergleich zu jenen der Biegeeigenschwingungsformen. Daher kreuzen sich die Pfade von Torsions- und Biegeeigenschwingungsformen. An diesen Stellen gehen die beteiligten Eigenschwingungsformen eine Kopplung ein. In Abbildung 3.9, links, werden die Werte 0%, 23%, 62% und 100% als Stützpunkte verwendet. Der Vergleich der Parametrisierung mit den diskreten Ergebnissen für 39% und 77% Tankfüllung zeigt, dass die Abweichungen gering sind. Dennoch werden im finalen Modell alle in Tabelle 3.4 angegebenen Werte als Stützpunkte verwendet. In der rechten Abbildung ist eine konstante Tankfüllung von 0% vorgegeben und der Hinterkantenklappenwinkel variabel. Der Einfluss auf die Eigenkreisfrequenzen ist vergleichsweise gering und scheint nahezu linear zu sein. Als Stützstellen würden demnach die Hinterkantenklappenwinkel 0° und 65° ausreichen. Zur Sicherheit wird zusätzlich der Hinterkantenklappenwinkel von 30° als weitere Stützstelle verwendet.

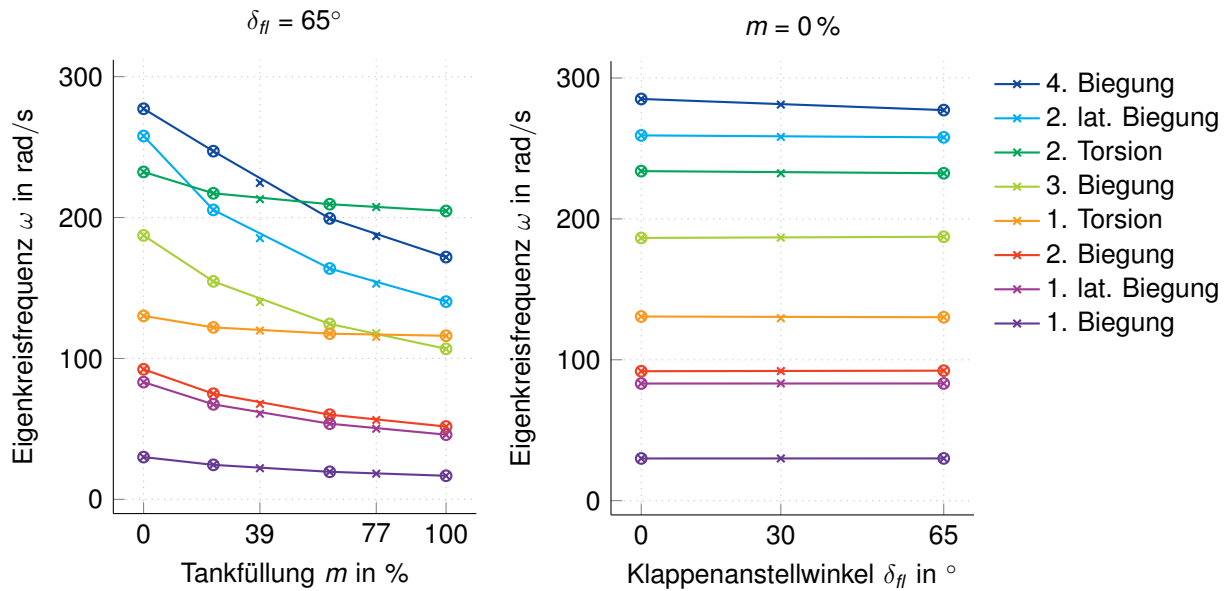


Abb. 3.9: Vergleich der Eigenkreisfrequenzen bei abschnittsweise parametrisierter Struktur (o) und diskretem FE-Modell (x) mit $\gamma_n = 41,8^\circ$

4 Aerodynamik

Das zugrunde liegende Profil der Referenzkonfiguration ist das DLR-F15-Profil. Dieses ist mit einem aktiven und einem passiven Hochauftriebssystem ausgestattet. Als aktives Hochauftriebssystem ist eine Coandă-Klappe vorgesehen (vgl. Abs. 2.2.1). Zudem kann die Profilform mit einer adaptiven Senknase stufenlos angepasst werden [11, 12]. Die stationäre und instationäre Aerodynamik der zweidimensionalen Umströmung wird mit Hilfe des DLR TAU-Codes untersucht. Die RANS-Gleichungen werden dabei mit Anwendung der ursprünglichen Version des Turbulenzmodells von SPALART und ALLMARAS [98] gelöst. Im Fokus der Untersuchungen steht die Landekonfiguration bei einer geschätzten Geschwindigkeit von 0,15 Mach, welches ungefähr 51 m/s entspricht, und einem Hinterkantenklappenwinkel von 65° . Der Zustand, bei dem ein zusätzlicher Impuls infolge Ausblasung für eine anliegende Strömung bis an das Flügelende sorgt, kann nach HUMMEL [47] mit der Potentialtheorie beschrieben werden. Im Bereich vor Erreichen dieses Zustandes, der Grenzschichtkontrolle, findet eine Wirbelbildung bei vorzeitiger Ablösung der Strömung statt (vgl. Abb. 4.1(a)). Bei der Superzirkulation gleicht die Strömung über das Profilende hinaus einer anliegenden Strömung (vgl. Abb. 4.1(b)). Die Einordnung in die Zustände erfolgt anhand des Impulsbeiwertes c_μ .

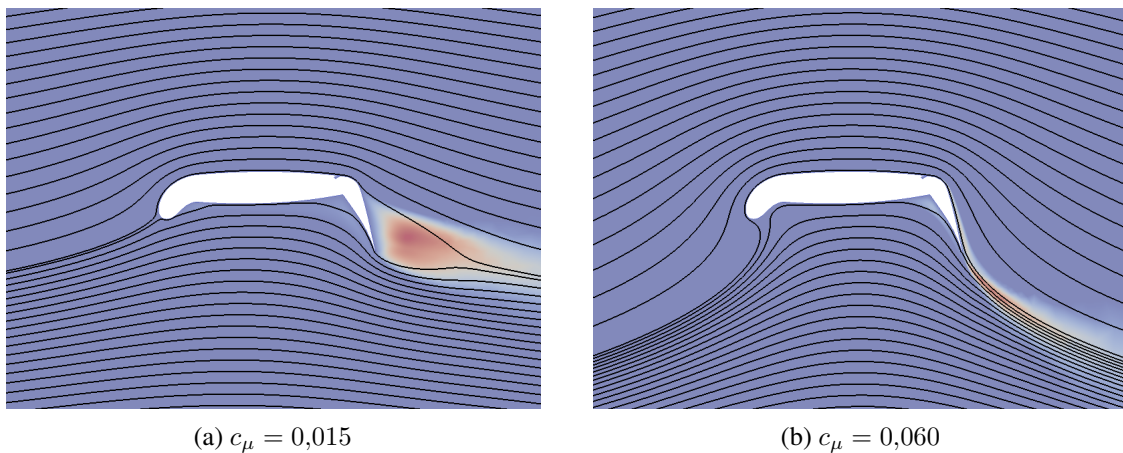


Abb. 4.1: Strömung um das Profil mit Senknase bei $\alpha = 0^\circ$ und $\delta_{fl} = 65^\circ$

Komplexe Strömungsverhältnisse können mit dem Turbulenzmodell von SPALART und ALLMARAS nicht zuverlässig abgebildet werden [93]. Daher beschränken sich die nachfolgenden Untersuchungen auf den Bereich des Optimums und der Superzirkulation. Neben unterschiedlichen Impulsbeiwerten werden die Zustände mit und ohne Senknase über einen weiten Anstellwinkelbereich betrachtet. Für die Untersuchung der instationären Aerodynamik ist zudem elementar, wie die zeitliche Ausbreitung der Strömung im Verhältnis zur Profilbewegung steht. Dieser Zusammenhang wird, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, mit der reduzierten Frequenz angegeben.

Nachfolgend werden in Abschnitt 4.1 die Ergebnisse der stationären Berechnungen für die Profile ohne und mit Senknase vorgestellt. Ein Vergleich hinsichtlich der Auswirkungen der Hoch-

auftriebssysteme auf die Zustandsgrößen erfolgt. Für die instationären Berechnungen werden in Abschnitt 4.2.1 zunächst die verwendeten Vorgehensweisen erläutert und die Berechnung der Derivative aus den Simulationsergebnissen hergeleitet. Anschließend werden die Ergebnisse dargestellt und diskutiert. Ziel der Untersuchungen ist es, die aerodynamischen Druckverteilungen mit Hilfe von Ausgleichsfunktionen zu beschreiben und so in das reduzierte Modell zu integrieren. Die Profile mit bzw. ohne Senknase werden dabei getrennt betrachtet. Als Parameter dienen der Anstellwinkel α , der Impulsbeiwert c_μ und für die instationäre Aerodynamik zudem die reduzierte Frequenz k .

Die Ergebnisse können mit Hilfe der Streifentheorie auf die Geometrie des Referenzflügels angewandt werden. Dabei werden die 3D-Effekte, die in Abschnitt 2.2.2 beschrieben sind, vernachlässigt. In Abschnitt 4.3 erfolgt eine Korrektur der Auftriebsverteilung. Als Vergleich dienen Ergebnisse dreidimensionaler numerischer Strömungssimulationen der Flügel-Rumpf- und Flügel-Rumpf-Triebwerk-Kombination. Die Korrektur findet mit der Traglinientheorie nach PRANDTL statt (vgl. Abschnitt 2.2.2). Für die Korrektur der Nickmomentenverteilung wird ein darauf aufbauender Ansatz gewählt.

Die 3D-Korrektur zeigt, dass der effektive Anstellwinkel infolge der hohen Zirkulation auf bis zu -30° reduziert wird. Aus diesem Grund werden die stationären und instationären Beiwerte nachfolgend im Bereich von -30° bis zu dem Anstellwinkel, bei dem die Strömung an der jeweiligen Profilform ablöst, beschrieben und analysiert.

4.1 Stationäre Profilaerodynamik

Der stationäre Zustand ist in der Zeit konstant. Aus diesem Grund können die Gleichungen der numerischen Simulation vereinfacht werden, sodass eine verhältnismäßig schnelle Berechnung möglich ist. Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte des Profils werden für verschiedene Anstellwinkel ermittelt. Die Linearisierung um den Arbeitspunkt bzw. die Ableitung nach dem Anstellwinkel α führt entsprechend Abschnitt 2.3.3 zu der aerodynamischen Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{L}_K = q_\infty S \begin{bmatrix} 0 & c_{A,\alpha} \\ 0 & l_{c_{M,\alpha}} \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Entsprechend Gleichung (2.42) wird die Steifigkeitsmatrix \mathbf{L}_K mit der Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}_L$ in den Modalraum transformiert. Die transformierte Steifigkeitsmatrix wird entsprechend Gleichung (2.40) auf die linke Seite des Gleichungssystems gebracht. Das bedeutet, dass negative Werte in der transformierten Steifigkeitsmatrix das Gesamtsystem versteifen. Hingegen destabilisieren positive Werte das System. Verschwindet die Steifigkeit infolge der Einwirkung vollkommen, dann handelt es sich um das statische aeroelastische Phänomen der Divergenz (vgl. Abs. 2.3.1).

4.1.1 Profil ohne Senknase

Die Ergebnisse der dimensionslosen Beiwerte für das Profil ohne Senknase sind in Abbildung 4.2 für drei verschiedene Impulsbeiwerte c_μ über den Anstellwinkel α dargestellt. Bezugspunkt ist der Viertelpunkt des Profils. Die diskreten Ergebnisse der numerischen Simulation sind markiert. Die durchgezogenen Linien stellen die gewählten Näherungsfunktionen dar. Es handelt sich dabei um abschnittsweise definierte Spline-Funktionen. Der Verlauf des dimensionslosen Auftriebsbeiwertes c_A zeigt weitestgehend eine Zunahme sowohl mit zunehmendem Anstellwinkel α als auch mit zunehmendem Impulsbeiwert c_μ . Bei konventionellen Profilen reißt die Strömung bei hohen Anstellwinkeln abrupt ab, sodass der Auftrieb stark reduziert wird. Die in Abbildung 4.2 dargestellten Kurven zeigen stattdessen einen moderaten Abfall der Auftriebsbeiwerte, nachdem das Maximum erreicht wurde. Diese Besonderheit wurde bereits von HAAS und CHOPRA [39] beobachtet und als „ c_μ - α -stall“ bezeichnet. Ursache für das Verhalten ist die Aufweitung der Grenzschicht bei großen Anstellwinkeln. Die Effektivität des Impulseintrags wird abgemindert, sodass es zu einem geringeren, aber weiterhin stabilen Auftrieb kommt. Zudem sinkt der Anstellwinkel, bei dem der maximale Auftriebsbeiwert erreicht wird, mit zunehmendem Impulsbeiwert (vgl. Abb. 4.2). Mit einem Impulsbeiwert von 0,033 ist bei einem Anstellwinkel von 4° das Maximum erreicht, bei einem Impulsbeiwert von 0,039 oder 0,048 bereits bei 2° .

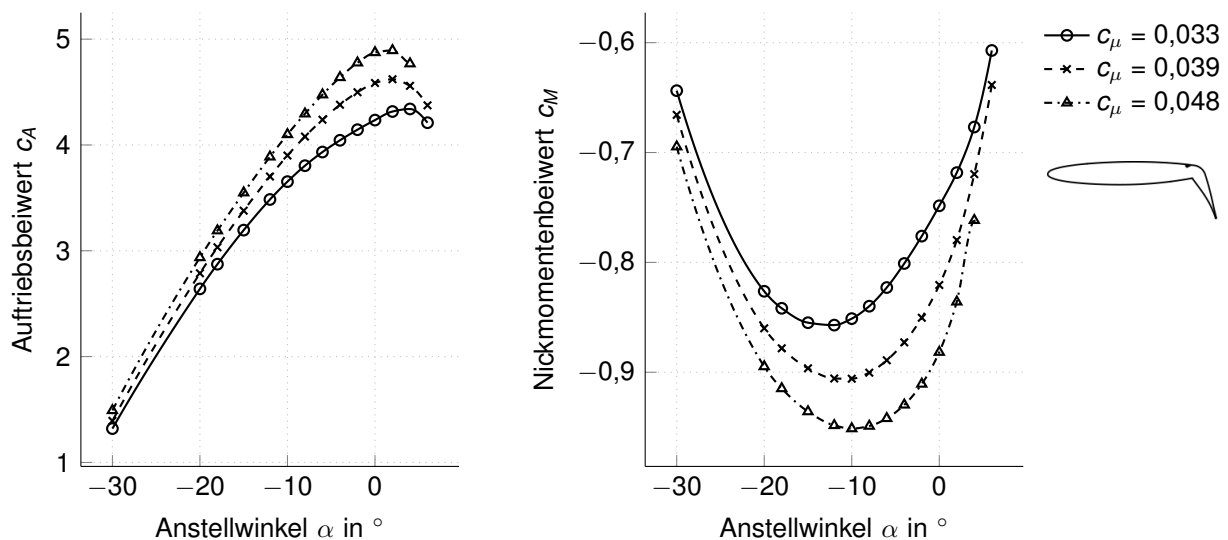


Abb. 4.2: Dimensionslose Beiwerte für das Profil ohne Senknase bei $\delta_{fl} = 65^\circ$

Der Nickmomentenbeiwert ist für alle Anstellwinkel negativ mit einem Minimum bei ungefähr -10° . Das bedeutet anschaulich, dass die Profilnase nach unten gedrückt wird. Dieses Verhalten resultiert aus der Unterdruckspitze, welche aus dem Impulseintrag an der Hinterkante folgt. Mit zunehmendem Impulsbeiwert c_μ verstärkt sich die Unterdruckspitze und somit nimmt auch der Nickmomentenbeiwert betragsmäßig zu. Abbildung 4.3 zeigt die dimensionslose Druckverteilung am Profil für zwei Anstellwinkel bei einem Impulsbeiwert von 0,033. Die y-Achse ist

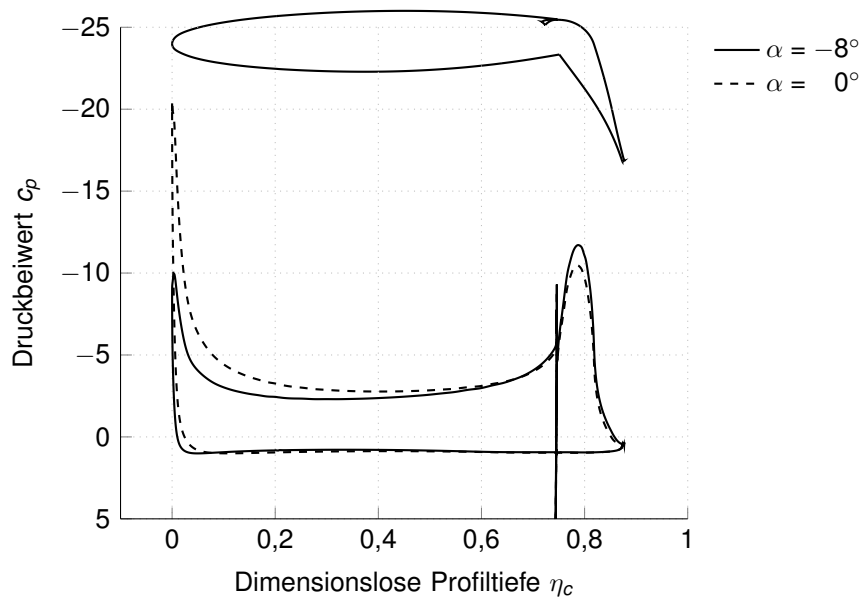


Abb. 4.3: Druckverteilung für das Profil ohne Senknase bei $\delta_{fl} = 65^\circ$ und $c_\mu = 0,033$

gedreht, da negative Druckbeiwerte Auftrieb erzeugen. Für einen Anstellwinkel von $\alpha = -8^\circ$ ist eine Unterdruckspitze an der Nase und eine weitere Unterdruckspitze an der Klappe zu erkennen. Mit zunehmendem Anstellwinkel wird der Nickmomentenbeiwert betragsmäßig geringer, da die Unterdruckspitze an der Nase stark zunimmt und derjenigen an der Klappe entgegen wirkt (vgl. Abb. 4.3 für $\alpha = 0^\circ$). Zudem nimmt auch die Unterdruckspitze an der Klappe etwas ab. Hier zeigt sich die Auswirkung der Unterdruckspitze an der Vorderkante auf die Effektivität des eingebrachten Impulses an der Klappe. Der Unterdruck an der Vorderkante nimmt mit steigendem Impulsbeiwert so lange zu, bis die Strömung an der Vorderkante beginnt abzulösen. Eine hohe Unterdruckspitze an der Vorderkante beeinflusst die Umströmung des Profils demnach negativ, weshalb der Impuls an der Hinterkante an Effektivität verliert und die Grenzschichtdicke bereits bei niedrigen Anstellwinkeln zunimmt. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in [12].

Unterhalb von -10° nimmt der Nickmomentenbeiwert ebenfalls betragsmäßig ab. Hier ist nicht die Unterdruckspitze an der Nase, sondern jene an der Hinterkantenklappe maßgebend. Abbildung 4.4 zeigt den Vergleich der Druckbeiwerte für die Anstellwinkel im Bereich des Beiwertminimums bei einem Impulsbeiwert von 0,048. Die Druckverteilungen am Profil ohne Senknase (Abb. 4.4, links) zeigen die Unterdruckspitzen an der Nase und hinter dem Ausblasespalt. Hier ist die Abnahme der Unterdruckspitze an der Nase mit abnehmendem Anstellwinkel zu erkennen. Der Unterdruck an der Nase sorgt prinzipiell jedoch für ein Aufnicken des Profils um den Viertelpunkt, sodass eine Abnahme dieses Unterdrucks zu einem stärker abnicken Moment führt. Für einen genaueren Einblick in die Unterschiede sind in Abb. 4.4 auf der rechten Seite die Differenzen der Druckbeiwerte dargestellt. Der Unterdruckverlust an der Nase ist in beiden Fällen ähnlich groß. Der Unterschied ist an der Unterdruckspitze hinter dem Ausblasespalt zu erkennen. Diese Unterdruckspitze ist der dominierende Faktor für den nega-

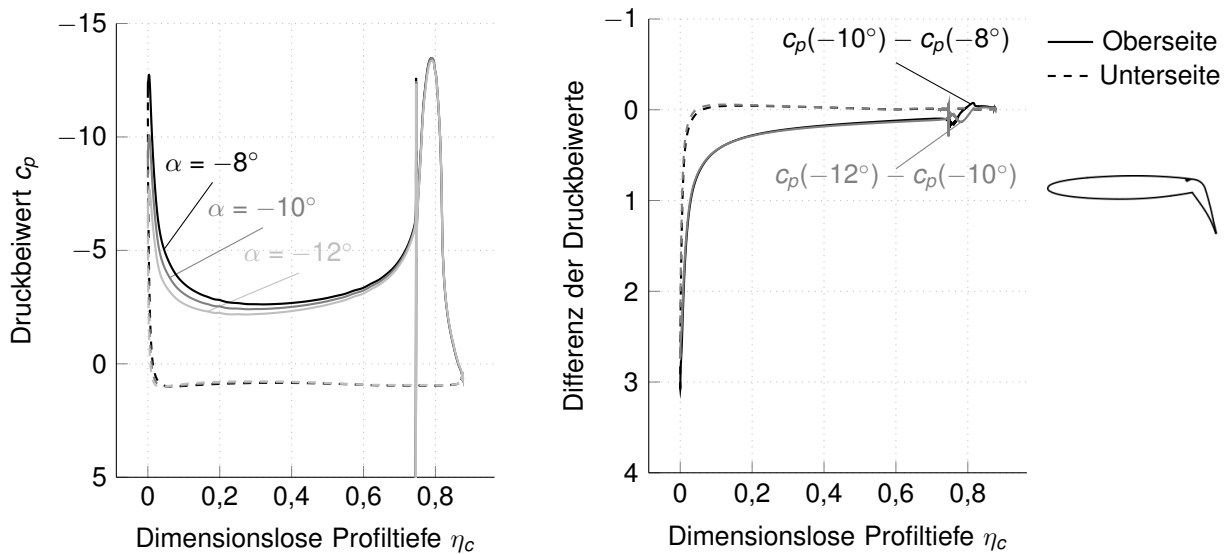


Abb. 4.4: Druckbeiwerte des Profils ohne Senknase bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_{\mu} = 0,048$

tiven Nickmomentenbeiwert. Für die Druckdifferenz der Anstellwinkel -10° und -8° ist bereits ein teilweiser Unterdruckverlust, jedoch auch ein geringer Unterdruckgewinn im Bereich hinter dem Ausblasespalt festzustellen. Im Hinblick auf den Nickmomentenbeiwert im Viertelspunkt sorgt der minimale Unterdruckgewinn hinter dem Ausblasespalt in Kombination mit dem Unterdruckverlust an der Nase zu einem verstärkt abnickenden Verhalten. Im Vergleich dazu zeigt die Differenz der Anstellwinkel -12° und -10° im gesamten Bereich der Unterdruckspitze an der Klappe einen Unterdruckverlust. Dieser Unterdruckverlust führt dazu, dass die abnickende Wirkung verringert wird.

Für die aerodynamische Steifigkeitsmatrix werden entsprechend Gleichung (4.1) nicht die Bei-

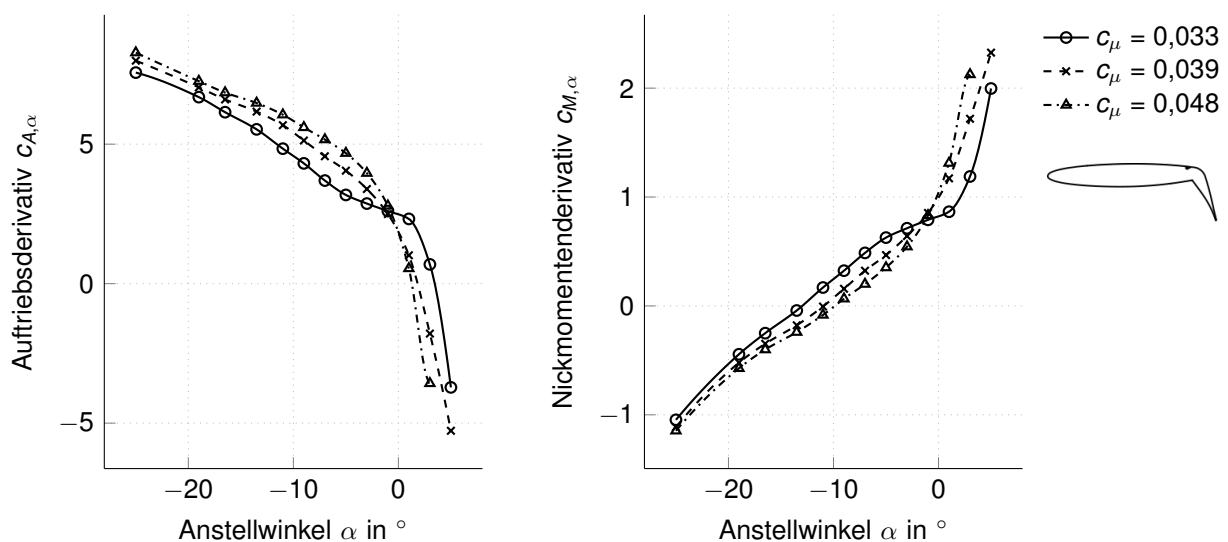


Abb. 4.5: Auftriebs- und Nickmomentenderivative für das Profil ohne Senknase bei $\delta_{fI} = 65^\circ$

werte, sondern die Derivative verwendet. Diese sind in Abbildung 4.5 dargestellt. Die Ableitungen erfolgen abschnittsweise linear. Die Auftriebsderivative starten positiv und nehmen kontinuierlich ab. Beim maximalem Auftriebsbeiwert wechselt das Vorzeichen. Die Nickmomentenderivative starten hingegen im negativen Bereich und nehmen mit zunehmendem Anstellwinkel zu. Bei Anstellwinkeln größer als -10° sind auch die Nickmomentenderivative positiv. Die aerodynamische Steifigkeit würde das gekoppelte System demnach für die meisten Anstellwinkel destabilisieren.

4.1.2 Profil mit Senknase

Die Ergebnisse der Simulationen des Profils mit Senknase sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Für einen direkten Vergleich mit den Ergebnissen des Profils ohne Senknase, sind diese Ergebnisse in grau hinterlegt. Die Ergebnisse des Auftriebsbeiwertes sind im Bereich von -10° bis 0° vergleichbar mit jenen des Profils ohne Senknase. Während der Auftriebsbeiwert bei dem Profil ohne Senknase danach jedoch abnimmt, steigt der des Profils mit Senknase weiter. Dieses Verhalten ist auf die Unterdruckspitze an der Nase des Profils ohne Senknase zurückzuführen. Ein Vergleich der Druckverteilungen ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Unterdruckspitze an der Vorderkante infolge der veränderten Profilform stark reduziert wird und sich über einen größeren Bereich des Profils erstreckt. Die Reduktion der Unterdruckspitze bewirkt verbesserte Strömungsbedingungen, sodass die Wirkung des Impulses nicht negativ beeinflusst wird. Der Mechanismus der sich aufweitenden Grenzschicht bleibt grundsätzlich erhalten [12], ist jedoch zu höheren Anstellwinkeln verschoben. Auch die Beobachtung, dass mit zunehmendem Impulsbeiwert der Anstellwinkel des maximalen Auftriebsbeiwertes abnimmt, trifft in verringertem Maße auf das Profil mit Senknase zu. Unterhalb eines Anstellwinkels von

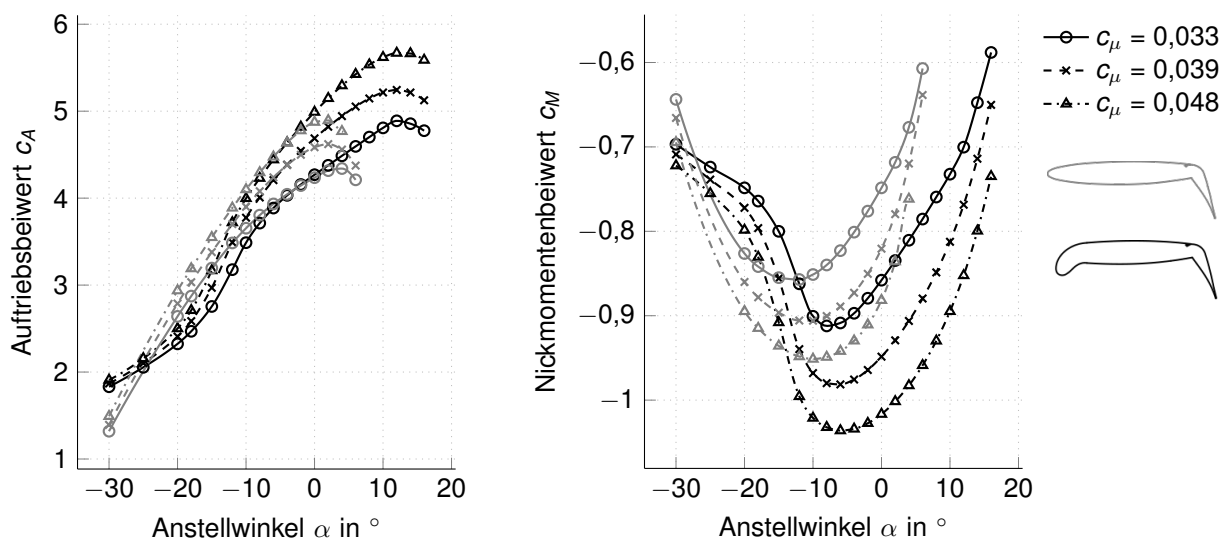


Abb. 4.6: Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte für beide Profilformen im Vergleich

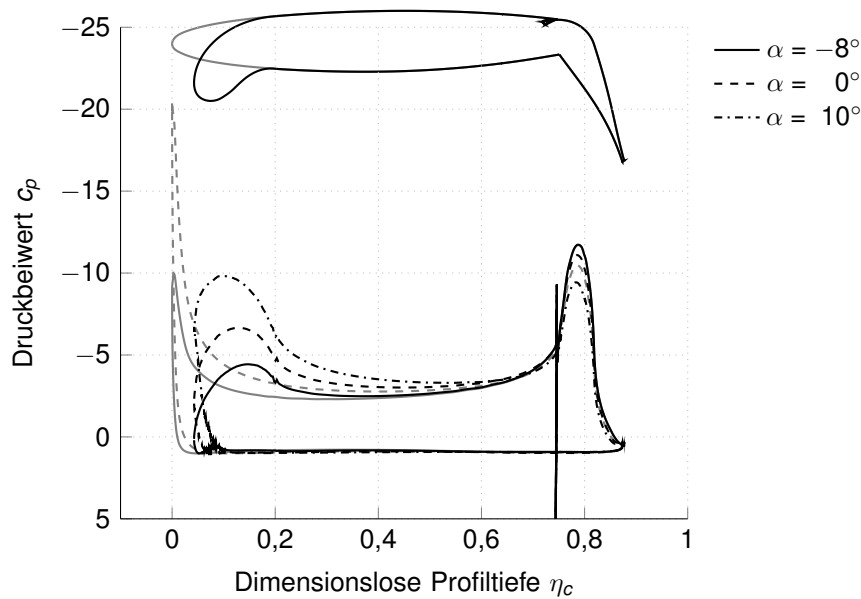


Abb. 4.7: Druckverteilung für das Profil mit Senknase bei $\delta_{fl} = 65^\circ$

-10° zeigen die Auftriebsbeiwerte des Profils mit Senknase ebenfalls eine positive Steigung, jedoch liegt bei ungefähr -12° eine Änderung der Krümmung vor. Von -30° bis -12° nimmt mit steigendem Anstellwinkel die Steigung der Kurve zu. Über -12° nimmt die Steigung zunächst ab und verläuft bis zum Erreichen der maximalen Anstellwinkel linear.

Die Nickmomentenbeiwerte des Profils mit Senknase in Abbildung 4.6 sind im Allgemeinen stärker negativ, als diejenigen des Profils ohne Senknase. Auch das ist auf die verminderte und breiter verteilte Unterdruckverteilung an der Nase zurückzuführen. Die Unterdruckspitze an der Klappe ist in beiden Fällen vergleichbar (vgl. Abb. 4.7) und induziert ein abnickendes Moment um den Viertelpunkt. An der Nase des Profils ohne Senknase ist die Unterdruckspitze größer als diejenige des Profils mit Senknase. Zudem ist der Hebelarm der resultierenden Kraft länger, sodass ein stärker aufnickendes Moment entgegenwirkt. Oberhalb von -10° ist der grundsätzliche Verlauf des Nickmomentenbeiwertes für beide Profile vergleichbar. Mit zunehmendem Anstellwinkel wird das Abnicken reduziert, da die Unterdruckspitze an der Nase wächst. Das Minimum des Nickmomentenbeiwertes am Profil mit Senknase ist auf den gleichen Mechanismus zurückzuführen, wie am Profil ohne Senknase. Abbildung 4.8 zeigt links die Druckverteilung um das Profil mit Senknase für die drei Anstellwinkel nahe des Minimums. Rechts ist die Differenz der jeweiligen Druckverteilungen aufgezeigt. Der Unterdruckverlust an der Hinterkantenklappe sorgt, wie auch bei dem Profil ohne Senknase, zu dem weniger stark abnickenden Moment. Hinzu kommt, dass der Unterdruckverlust an der Nase für die Anstellwinkeländerung von -6° auf -8° etwas geringer ist als derjenige bei der Anstellwinkeländerung von -4° auf -6° . Unterhalb von -10° zeigt der Verlauf der Nickmomentenbeiwerte des Profils mit Senknase bei ungefähr -12° genau so wie der Verlauf des Auftriebsbeiwertes eine Änderung der Krümmung. Vor -12° wird die Steigung mit zunehmendem Anstellwinkel zunehmend negativ, darüber ist die Steigung bis -8° bzw. -6° abnehmend negativ und anschließend positiv.

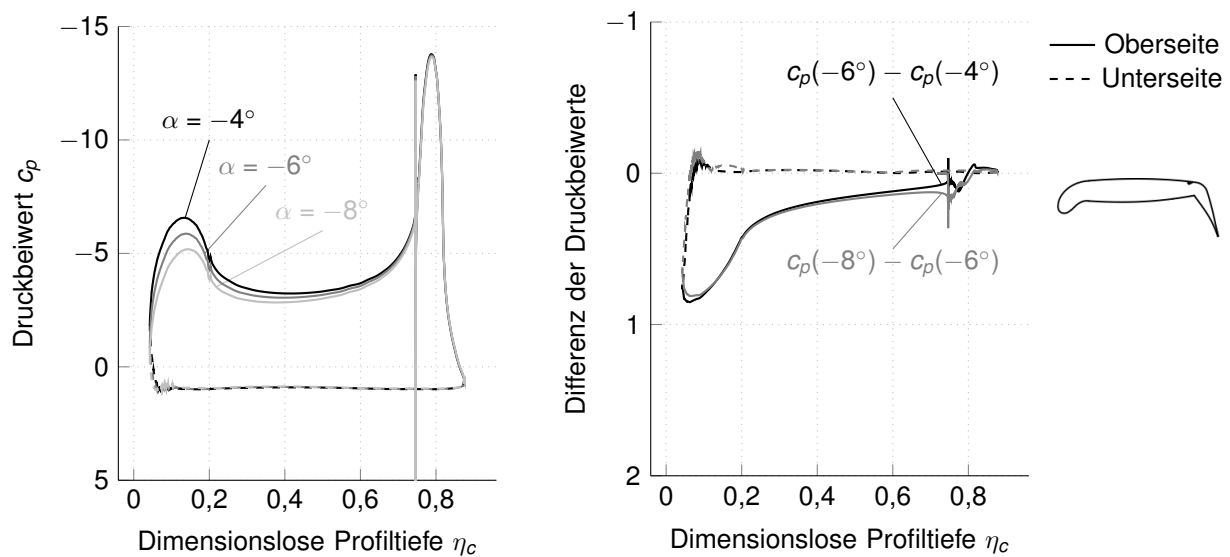


Abb. 4.8: Druckbeiwerte des Profils mit Senknase bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_{\mu} = 0,048$

In Abbildung 4.9 sind die Differenzen der Druckbeiwerte der Profile ohne und mit Senknase bei einer Anstellwinkeländerung von -12° auf -18° dargestellt. Das ist der Bereich, bei dem die Verläufe des Auftriebs- und Nickmomentenbeiwertes in Abbildung 4.6 große Steigungen bei entgegengesetzter Krümmung für das Profil mit Senknase zeigen. Der Unterschied, der zu dieser Krümmungsänderung führt, zeigt sich in den Druckdifferenzen auf der Unterseite der Profile. Während die Änderungen auf der Unterseite bei den Betrachtungen der Druckverteilungen hinsichtlich des Nickmomentenbeiwertes vernachlässigbar waren, zeigt sich in Abbildung 4.9 ein Druckverlust auf der gesamten Profilunterseite für das Profil mit Senknase. Insbesondere

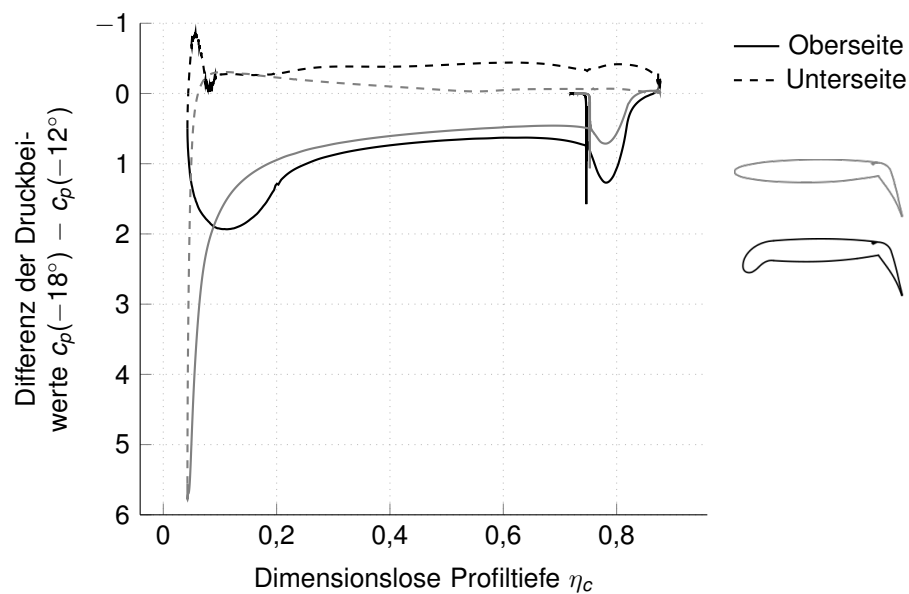


Abb. 4.9: Vergleich der Differenz der Druckbeiwerte beider Profilformen bei $c_{\mu} = 0,048$

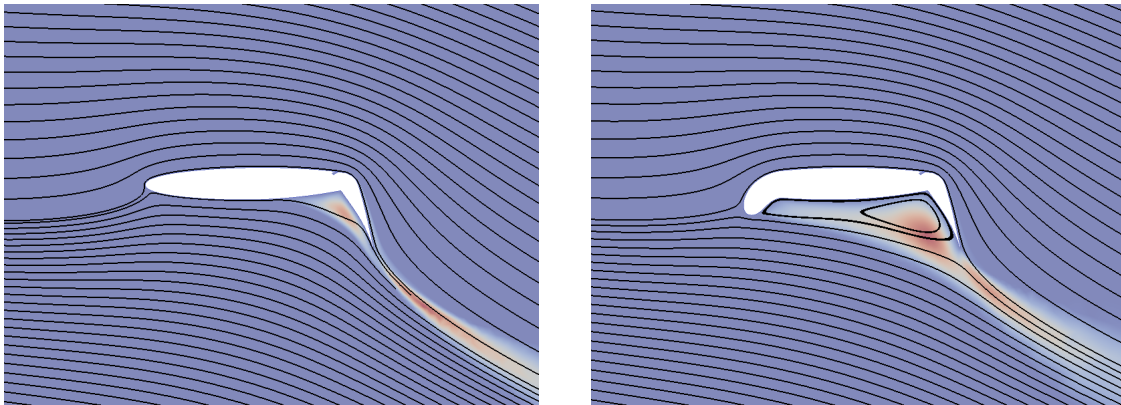


Abb. 4.10: Strömung um das Profil ohne und mit Senknase bei $\alpha = -15^\circ$, $c_\mu = 0,048$ und $\delta_{fl} = 65^\circ$

aus diesem Druckverlust auf der Unterseite resultieren die großen Steigungen der Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte in diesem Anstellwinkelbereich (vgl. Abb. 4.6). Der Auftrieb wird stark gemindert und dem abnickenden Moment um den Viertelpunkt wird entgegengewirkt.

Aufschluss über die Ursache des unterschiedlichen Druckverlustes in Abbildung 4.9 liefert die Darstellung der Strömungsverhältnisse um die beiden Profilformen bei einem Anstellwinkel von -15° in Abbildung 4.10. Während die Strömung um das Profil ohne Senknase, links dargestellt, in weiten Bereichen gut am Profil anliegt, entsteht für das Profil mit Senknase ein Bereich mit starken Verwirbelungen unterhalb des Profils. Die Ausbildung dieser Wirbel beginnt bei -12° und sorgt für eine deutliche Veränderung der Strömungsverhältnisse. Die Aerodynamik unterhalb von -12° ist stark von den Wirbeln geprägt, womit sich die Krümmungsänderung in den Verläufen der Beiwerte erklären lässt. Mit dem verwendeten Turbulenzmodell sind derartige Wirbelbildungen nicht zuverlässig abzubildbar. Eine punktuelle Überprüfung mit dem $k-\omega$ -Modell nach MENTER [69] zeigt jedoch vergleichbare Ergebnisse. Nachfolgend wer-

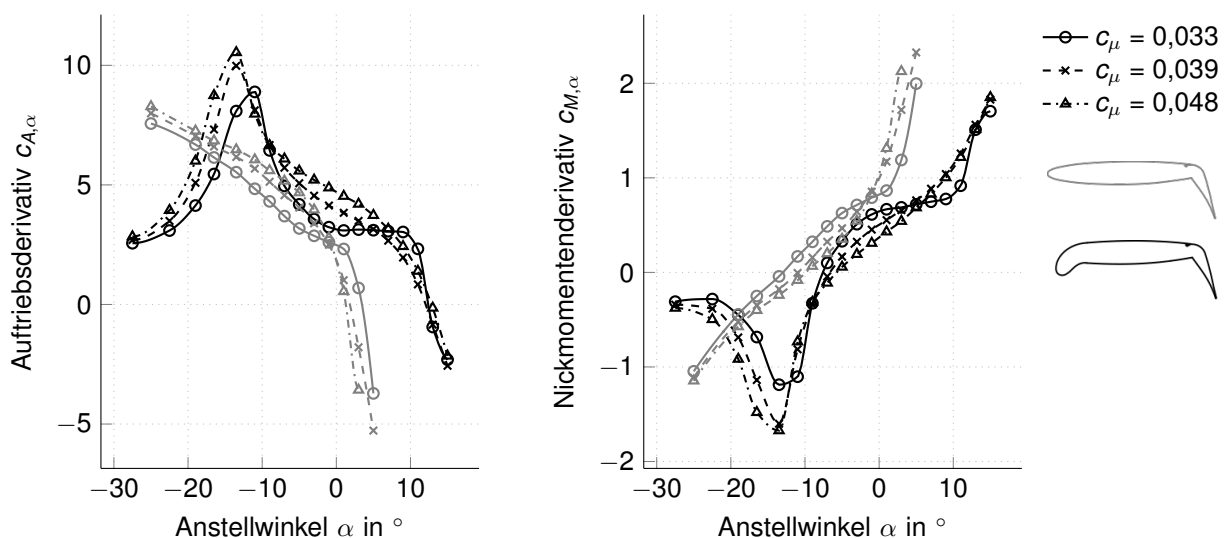


Abb. 4.11: Auftriebs- und Nickmomentenderivative für beide Profilformen im Vergleich

den daher weiterhin Ergebnisse von Berechnungen mit dem Turbulenzmodell nach SPALART-ALLMARAS [98] vorgestellt.

Entsprechend der Beobachtungen für die Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte zeigt sich bei der Darstellung der Derivative in Abbildung 4.11 für Anstellwinkel über 0° eine Verschiebung der Werte hin zu höheren Anstellwinkeln. Der Nulldurchgang der Auftriebsderivative findet zwischen 8° und 12° statt. Anstellwinkel jenseits des maximalen Auftriebs versteifen demnach das System. Zudem äußern sich die Krümmungsänderungen der Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte aus Abbildung 4.6 in Extremwerten bei den Derivativen in Abbildung 4.11. Das bedeutet, dass das Auftriebsderivativ bei -12° stark destabilisierend wirkt, während das Nickmomentenderivativ eine stabilisierende Wirkung hat.

4.2 Instationäre Profilaerodynamik

Die infolge Profilbewegung induzierte Aerodynamik wird mit Hilfe instationärer Simulationen untersucht. Wie eingangs erläutert, sind verschiedene Verfahren bekannt. Für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit wird ein Impulsverfahren etabliert, womit ein großer Frequenzbereich mit einer einzigen Simulation untersucht wird. Zur Kontrolle werden zudem Simulationen mit einer harmonischen Schwingung durchgeführt (vgl. [58]).

Zunächst wird das verwendete Impulsverfahren und die Berechnung der aerodynamischen Beiwerte aus den Ergebnissen vorgestellt. Es folgt die Beschreibung und Auswertung der erzielten Ergebnisse. Die aerodynamische Dämpfungsmatrix ist nach Abschnitt 2.3.3 mit

$$\mathbf{L}_D = q_\infty S \frac{1}{V_\infty} \begin{bmatrix} c_{A,h} & l c_{A,\dot{\alpha}} \\ l c_{M,h} & l^2 c_{M,\dot{\alpha}} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

definiert.

Auch die aerodynamische Dämpfungsmatrix \mathbf{L}_D wird, entsprechend Gleichung (2.42), mit der Modalmatrix $\hat{\mathbf{X}}_L$ in den Modalraum transformiert und auf die linke Seite des Gleichungssystems gebracht. Hinsichtlich der Dämpfung des Gesamtsystems sind die Vorzeichen der Hauptdiagonalen der Dämpfungsmatrix von Interesse. Sind diese auf der linken Seite des Gleichungssystems negativ, kann das System instabil sein. Vorgestellt werden die Derivative als Einwirkungen auf der rechten Seite, sodass positive Werte als potentiell gefährdend einzustufen sind.

4.2.1 Impulsverfahren

Der grundsätzliche Gedanke der Ermittlung der Derivative ist für jede Bewegungsform gleich. Das Profil wird nach einem bestimmten Muster bewegt und die Systemantwort in Form von Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerten gemessen.

Der hier verwendete Impuls ist in Abbildung 4.12 für eine Nickbewegung dargestellt. Die Berechnung erfolgt mit

$$\alpha(\bar{t}) = \begin{cases} \alpha_0 + \hat{\alpha} \cdot 4 \left(\frac{\bar{t}}{\bar{t}_{max}} \right)^2 e^{\left(2 - \frac{1}{1 - \frac{\bar{t}}{\bar{t}_{max}}} \right)} & ; \quad 0 \leq \bar{t} < \bar{t}_{max} \\ \alpha_0 & ; \quad \bar{t} \geq \bar{t}_{max} \end{cases} \quad (4.3)$$

und richtet sich nach [4], wobei \bar{t}_{max} die dimensionslose Dauer des exponentialförmigen Impulses beschreibt.

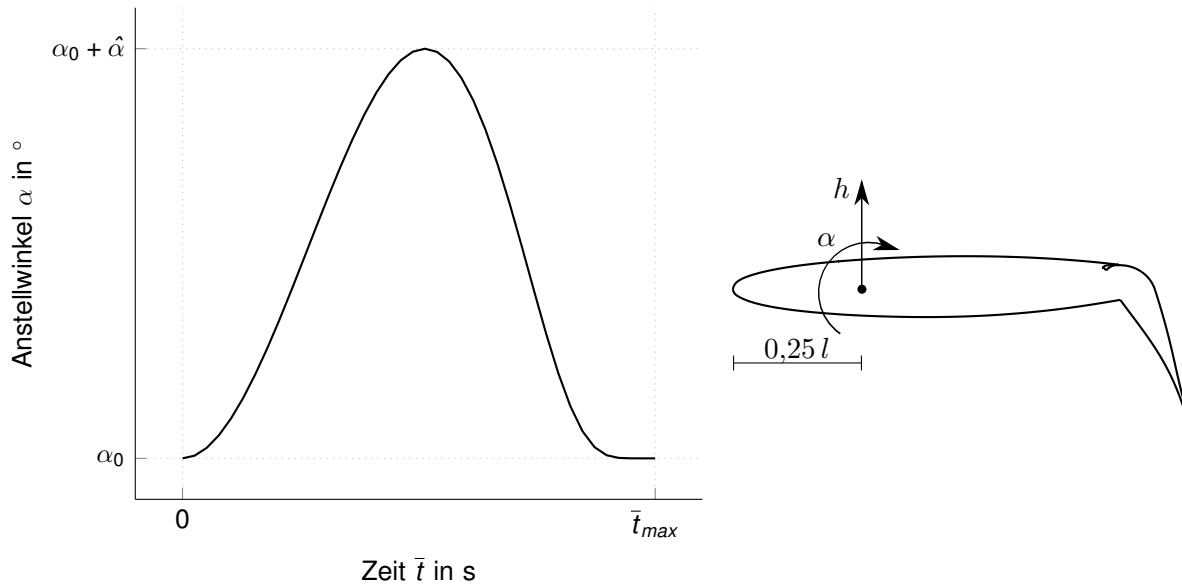


Abb. 4.12: Qualitative Impulsform für eine Nickbewegung

Entsprechend dem Vorgehen in [58] wird die aerodynamische Dämpfung aus der Dissipationsarbeit abgeleitet. Die Herleitung erfolgt detailliert für die Dissipationsarbeit des Nickmoments infolge einer Nickschwingung. Die Dissipationsarbeit des Nickmoments M folgt bei einer Nickschwingung mit

$$D_M = \int M d\alpha = \int (M_{stat} + \Delta M) d\alpha = M_{stat} \int \dot{\alpha} dt + \int \Delta M \dot{\alpha} dt, \quad (4.4)$$

wobei sich das Nickmoment aus einem stationären Anteil M_{stat} infolge des konstanten Anstellwinkels α_0 und einem veränderlichen Anteil ΔM infolge der Bewegung zusammensetzt. Das Integral der Nickgeschwindigkeit $\dot{\alpha}$ über die Zeit ist Null, sodass der stationäre Anteil keine Arbeit leistet. Für den veränderlichen Anteil gilt für einen Flügelabschnitt mit $S = 1 \cdot l$ nach Gleichung (2.21) allgemein

$$\Delta M = q_\infty S l \Delta c_M = q_\infty l^2 \Delta c_M \quad (4.5)$$

oder entsprechend Gleichung (4.2) auf die Bewegung bezogen

$$\Delta M = \frac{q_\infty S}{V_\infty} (l \cancel{c_{M,h}} \overset{0}{h} + l^2 c_{M,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) = \frac{q_\infty l^3}{V_\infty} c_{M,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}. \quad (4.6)$$

Damit ist

$$D_M = \int q_\infty l^2 \Delta c_M \dot{\alpha} dt = \int \frac{q_\infty l^3}{V_\infty} c_{M,\dot{\alpha}} \dot{\alpha} dt. \quad (4.7)$$

Der gewählte exponentialförmige Impuls wird im Frequenzbereich mit der Fourier-Reihe

$$\alpha(t) = \alpha_R \cos(\Omega t) - \alpha_I \sin(\Omega t) \quad (4.8)$$

beschrieben. Die Ableitung nach der Zeit ist somit

$$\dot{\alpha}(t) = -\Omega(\alpha_I \cos(\Omega t) + \alpha_R \sin(\Omega t)). \quad (4.9)$$

Der TAU-Code liefert als Ergebnis den Nickmomentenbeiwert c_M , welcher sich ebenfalls mit Hilfe einer Fourier-Reihe

$$\Delta c_M = c_{MR} \cos(\Omega t) - c_{MI} \sin(\Omega t) \quad (4.10)$$

beschreiben lässt. Der erste Teil der Gleichung (4.7) folgt damit zu

$$\begin{aligned} D_M &= -\Omega q_\infty l^2 \int (c_{MR} \cos(\Omega t) - c_{MI} \sin(\Omega t)) (\alpha_I \cos(\Omega t) + \alpha_R \sin(\Omega t)) dt \\ &= -\Omega q_\infty l^2 \int (c_{MR} \alpha_I \cos^2(\Omega t) - c_{MI} \alpha_I \sin(\Omega t) \cos(\Omega t) \\ &\quad + c_{MR} \alpha_R \sin(\Omega t) \cos(\Omega t) - c_{MI} \alpha_R \sin^2(\Omega t)) dt. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Mit dem Integral über eine Periodendauer

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} \quad (4.12)$$

folgt weiter

$$\begin{aligned} D_M &= -\Omega q_\infty l^2 [c_{MR} \alpha_I (\frac{t}{2} + \frac{1}{4\Omega} \sin(2\Omega t)) - c_{MI} \alpha_I (\frac{1}{2\Omega} \sin^2(\Omega t)) \\ &\quad + c_{MR} \alpha_R (\frac{1}{2\Omega} \sin^2(\Omega t)) - c_{MI} \alpha_R (\frac{t}{2} - \frac{1}{4\Omega} \sin(2\Omega t))]_0^T \\ &= -\Omega q_\infty l^2 [c_{MR} \alpha_I - c_{MI} \alpha_R] \frac{2\pi}{2\Omega} \\ &= q_\infty l^2 \pi [c_{MI} \alpha_R - c_{MR} \alpha_I]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Alternativ beträgt die Dissipationsarbeit aus dem zweiten Teil der Gleichung (4.7)

$$\begin{aligned} D_M &= \frac{q_\infty l^3}{V_\infty} c_{M,\dot{\alpha}} \Omega^2 \int (\alpha_I \cos(\Omega t) + \alpha_R \sin(\Omega t))^2 dt \\ &= \frac{q_\infty l^3}{V_\infty} c_{M,\dot{\alpha}} \Omega^2 \int (\alpha_I^2 \cos^2(\Omega t) + 2\alpha_I \alpha_R \cos(\Omega t) \sin(\Omega t) + \alpha_R^2 \sin^2(\Omega t)) dt. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Die Integration über die Periodendauer führt zu

$$\begin{aligned}
 D_M &= \frac{q_\infty l^3}{V_\infty} c_{M,\dot{\alpha}} \Omega^2 \left[\alpha_I^2 \left(\frac{t}{2} + \frac{1}{4\Omega} \sin(2\Omega t) \right) + 2\alpha_I \alpha_R \left(\frac{1}{2\Omega} \sin^2(\Omega t) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \alpha_R^2 \left(\frac{t}{2} - \frac{1}{4\Omega} \sin(2\Omega t) \right) \right]_0^T \\
 &= \frac{q_\infty l^3}{V_\infty} c_{M,\dot{\alpha}} \Omega^2 [\alpha_I^2 + \alpha_R^2] \frac{2\pi}{2\Omega} \\
 &= \frac{q_\infty l^3}{V_\infty} c_{M,\dot{\alpha}} \Omega \pi [\alpha_I^2 + \alpha_R^2].
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Mit dem Vergleich von Gleichung (4.13) und (4.15) resultiert der Dämpfungsbeiwert $c_{M,\dot{\alpha}}$ zu

$$c_{M,\dot{\alpha}} = \frac{(c_{MI}\alpha_R - c_{MR}\alpha_I)}{(\alpha_I^2 + \alpha_R^2)} \frac{V_\infty}{\Omega l}. \tag{4.16}$$

Das Vorgehen für die restlichen Dämpfungsbeiwerte verläuft analog, wobei für den veränderlichen Anteil am Auftrieb nach Gleichung (4.2)

$$\Delta A = \frac{q_\infty S}{V_\infty} (c_{A,h} \overset{0}{h} + l c_{A,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) = \frac{q_\infty l^2}{V_\infty} c_{A,\dot{\alpha}} \dot{\alpha} \tag{4.17}$$

gilt. Entsprechend resultiert die Dissipationsarbeit infolge einer Nickbewegung zu

$$D_A = \int \frac{q_\infty l^2}{V_\infty} c_{A,\dot{\alpha}} \dot{\alpha} \dot{\alpha} dt \tag{4.18}$$

und der Dämpfungsbeiwert $c_{A,\dot{\alpha}}$ zu

$$c_{A,\dot{\alpha}} = \frac{(c_{AI}\alpha_R - c_{AR}\alpha_I)}{(\alpha_I^2 + \alpha_R^2)} \frac{V_\infty}{\Omega l}. \tag{4.19}$$

Für eine Hubbewegung entfällt der $\dot{\alpha}$ -Anteil in Gleichung (4.6) bzw. (4.17), sodass die jeweilige Dissipationsarbeit für Auftrieb und Nickmoment

$$D_A = \int \frac{q_\infty l}{V_\infty} c_{A,h} \dot{h} \dot{h} dt \quad \text{bzw.} \tag{4.20}$$

$$D_M = \int \frac{q_\infty l^2}{V_\infty} c_{M,h} \dot{h} \dot{h} dt \tag{4.21}$$

beträgt. Für die Dämpfungskoeffizienten $c_{A,h}$ und $c_{M,h}$ folgt

$$c_{A,h} = \frac{(c_{AI}h_R - c_{AR}h_I)}{(h_I^2 + h_R^2)} \frac{V_\infty}{\Omega} \quad \text{bzw.} \tag{4.22}$$

$$c_{M,h} = \frac{(c_{MI}h_R - c_{MR}h_I)}{(h_I^2 + h_R^2)} \frac{V_\infty}{\Omega}. \tag{4.23}$$

4.2.1.1 Aerodynamische Derivative der Impulsbewegung

Das Eingangssignal und das Antwortsignal werden mit einer Fourier-Transformation in den Frequenzbereich transformiert. Dabei wird aus den Signalen je eine komplexe Funktion. Für einen Nickimpuls $\alpha(t)$ gilt

$$\hat{z}(\alpha(t)) = (\alpha_R + i\alpha_I)(\cos(\Omega t) + i \sin(\Omega t)) \quad (4.24)$$

und für den daraus resultierenden Nickmomentenbeiwert $c_M(t)$

$$\hat{z}(c_M(t)) = (c_{MR} + ic_{MI})(\cos(\Omega t) + i \sin(\Omega t)) . \quad (4.25)$$

Mit der Normierung des Antwortsignals auf das Eingangssignal folgt

$$\frac{\hat{z}(c_M(t))}{\hat{z}(\alpha(t))} = \frac{(c_{MR} + ic_{MI})(\cos(\Omega t) + i \sin(\Omega t))}{(\alpha_R + i\alpha_I)(\cos(\Omega t) + i \sin(\Omega t))} , \quad (4.26)$$

wobei sich die trigonometrischen Anteile kürzen lassen. Die Erweiterung des Bruchs um $\alpha_R - i\alpha_I$ führt zu

$$\begin{aligned} \frac{\hat{z}(c_M(t))}{\hat{z}(\alpha(t))} &= \frac{c_{MR}\alpha_R + ic_{MI}\alpha_R - ic_{MR}\alpha_I + c_{MI}\alpha_I}{\alpha_R^2 + \alpha_I^2} \\ &= \frac{c_{MR}\alpha_R + c_{MI}\alpha_I}{\alpha_R^2 + \alpha_I^2} + i \frac{c_{MI}\alpha_R - c_{MR}\alpha_I}{\alpha_R^2 + \alpha_I^2} . \end{aligned} \quad (4.27)$$

Der Imaginärteil entspricht bis auf einen Faktor dem in Gleichung (4.16) angegebenen Dämpfungsbeiwert. Dieser Faktor beschreibt die äußeren Begebenheiten und die Auswertung für eine konkrete Frequenz. Analog werden das Eingangssignal $h(t)$ und das Antwortsignal $c_A(t)$ verarbeitet. Dabei ist zu beachten, dass die Hubbewegung im TAU-Code im Gegensatz zu der Definition in Abbildung 4.12 nach unten positiv definiert ist, sodass

$$c_{A,h} = Im \left(\frac{\hat{z}(c_A(t))}{-\hat{z}(h(t))} \right) \frac{V_\infty}{\Omega} , \quad (4.28)$$

$$c_{M,h} = Im \left(\frac{\hat{z}(c_M(t))}{-\hat{z}(h(t))} \right) \frac{V_\infty}{\Omega} , \quad (4.29)$$

$$c_{A,\dot{\alpha}} = Im \left(\frac{\hat{z}(c_A(t))}{\hat{z}(\alpha(t))} \right) \frac{V_\infty}{\Omega l} \quad \text{und} \quad (4.30)$$

$$c_{M,\dot{\alpha}} = Im \left(\frac{\hat{z}(c_M(t))}{\hat{z}(\alpha(t))} \right) \frac{V_\infty}{\Omega l} . \quad (4.31)$$

4.2.1.2 Validierung des Verfahrens

Für die Validierung der korrekten Umsetzung des Verfahrens wird ein Vergleich mit einem in der Literatur ausführlich beschriebenen Fallbeispiel angestrebt. Das vorgestellte Verfahren ist in [68] detailliert für das NACA0012-Profil unter 0,8 Mach Anströmung vorgestellt. Des

Weiteren erfolgt dort ein Vergleich mit den Ergebnissen aus [81]. Darüber hinaus werden in [67] verschiedene Verfahren betrachtet, wobei das Verfahren mit einem exponentiellen Impuls die besten Ergebnisse liefert.

Die Abbildungen 4.13 und 4.14 zeigen die Ergebnisse des Verfahrens für den Testfall. Die Imaginär- und Realteile aus dem Impuls-Verfahren sind kontinuierlich dargestellt. Zum Vergleich sind die diskreten Ergebnisse infolge harmonischer Schwingungen [58] markiert. Die Ergebnis-

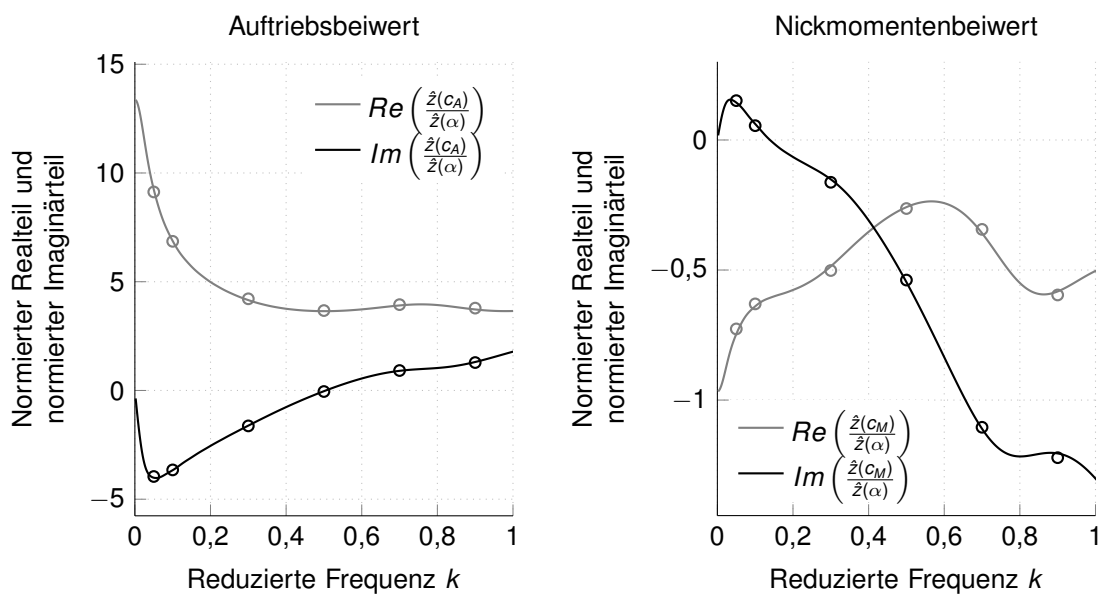


Abb. 4.13: Beiwerte im Frequenzbereich infolge Nickbewegung für das NACA0012-Profil bei 0,8 Mach

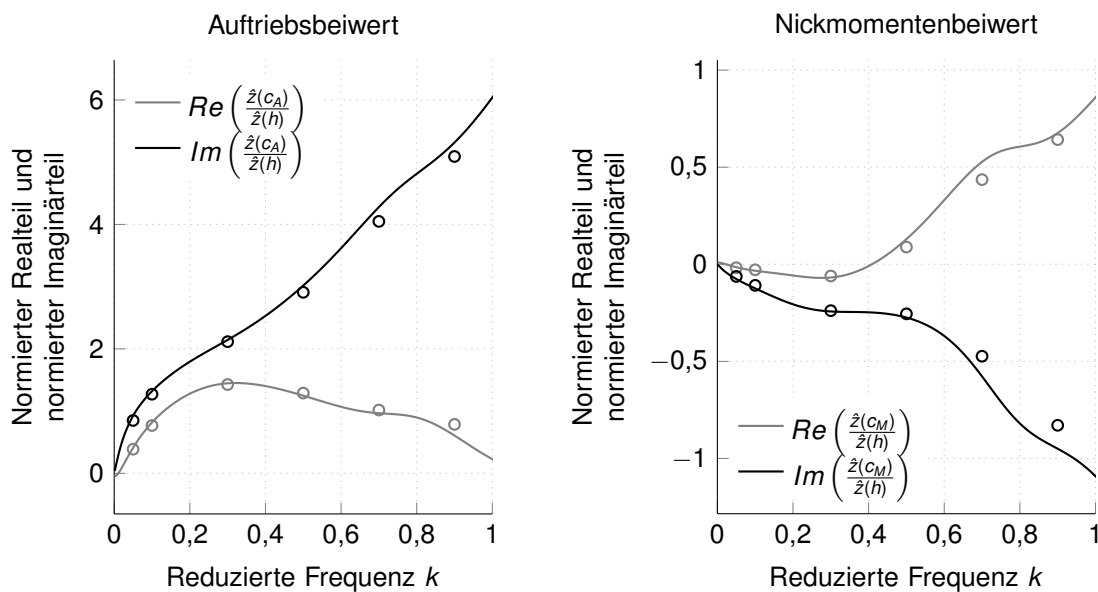


Abb. 4.14: Beiwerte im Frequenzbereich infolge Hubbewegung für das NACA0012-Profil bei 0,8 Mach

se des Impuls-Verfahrens zeigen eine gute Übereinstimmung sowohl mit den Ergebnissen des Vorgehens mit harmonischen Schwingungen als auch mit den Werten aus der Literatur. Aufgrund unterschiedlicher Vorzeichendefinitionen sind die vergleichbaren Ergebnisse in [68] für den Nickmomentenbeiwert in Abbildung 4.13 und für den Auftriebsbeiwert in Abbildung 4.14 an der Abszisse gespiegelt.

4.2.2 Profil ohne Senknase

Die Ergebnisse der instationären Aerodynamik für das Profil ohne Senknase werden zunächst im Frequenzbereich vorgestellt. Die normierten Imaginärteile des Impuls-Verfahrens sind dabei bereits entsprechend der Gleichungen (4.29) bis (4.31) in die Derivative umgerechnet. Mit Gleichung (2.31) erfolgt die Beschreibung in Abhängigkeit der reduzierten Frequenz k . Zum Vergleich sind in den Abbildungen 4.15 und 4.16 die Ergebnisse von drei untersuchten Anstellwinkeln, nachfolgend Trimmwinkel α_T genannt, dargestellt. Die ersten beiden Trimmwinkel bei -15° und -4° sind im linear ansteigenden Bereich der Auftriebskurve in Abbildung 4.2 einzuordnen. Der zweite Trimmwinkel liegt bei 4° und somit im Bereich der negativen Steigung, welche aus der zunehmenden Grenzschichtdicke resultiert. Zudem sind die Derivative für drei untersuchte Impulsbeiwerte c_μ dargestellt. Bei reduzierten Frequenzen kleiner als 2 fällt auf, dass der Trimmwinkel 4° eine deutlich stärkere Abhängigkeit von der reduzierten Frequenz k und dem Impulsbeiwert c_μ zeigt, als die Trimmwinkel -15° und -4° . Für reduzierte Frequenzen größer als 3 ist kein maßgeblicher Unterschied der Derivative bei den verschiedenen Trimmwinkeln festzustellen.

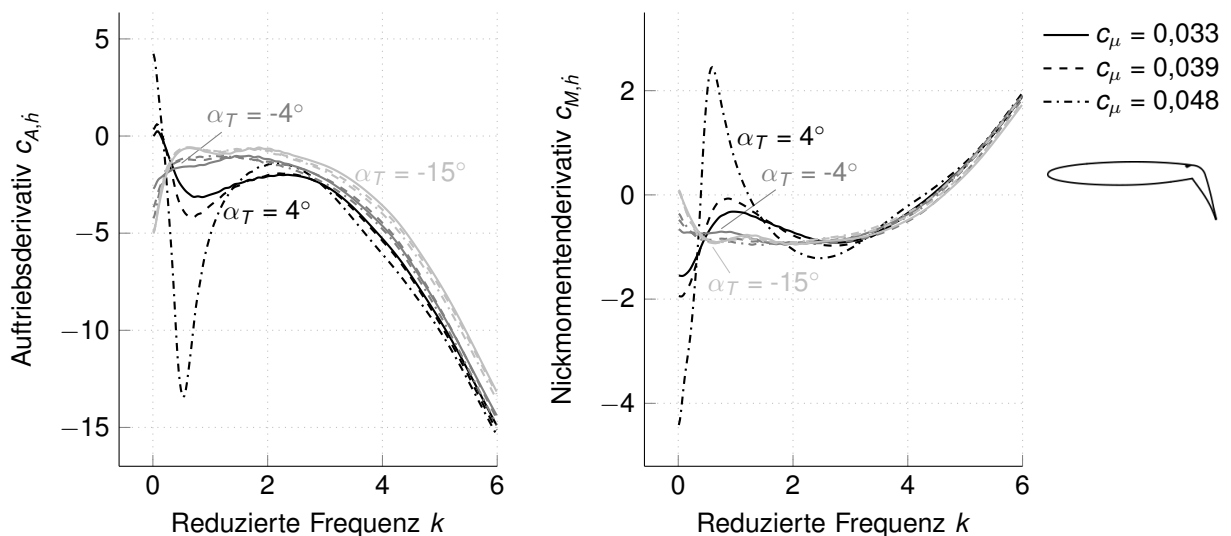


Abb. 4.15: Derivative infolge Hubimpuls für das Profil ohne Senknase im Frequenzbereich

Die Kurven für das Auftriebsderivativ $c_{A,h}$ in Abbildung 4.15 zeigen für den Trimmwinkel 4° bis zu einer reduzierten Frequenz von 2 mit zunehmendem Impulsbeiwert c_μ eine zunehmende

Steigung. Mit dem Impulsbeiwert von 0,048 ist das Minimum bei einer reduzierten Frequenz von ungefähr 0,5 erreicht. Je niedriger der Impulsbeiwert c_μ , desto höher ist die Frequenz des jeweiligen Minimums. Für reduzierte Frequenzen unter 0,2 sind die Derivative positiv. Ein ähnlicher, wenn auch gespiegelter, Verlauf stellt sich auch für das Nickmomentenderivativ $c_{M,\dot{h}}$ bei dem Trimmwinkel 4° ein. Die Kurven sind allerdings zu negativen Werten verschoben, sodass geringe Impulsbeiwerte erst ab einer reduzierten Frequenz von 4,5 zu positiven Derivativen führen. Der Impulsbeiwert von 0,048 ist hingegen im Bereich von 0,4 bis 1,25 positiv und erreicht bei einer reduzierten Frequenz von 0,6 ein Maximum. Im Vergleich dazu zeigen die Auftriebs- und Nickmomentenderivative für die Trimmwinkel -15° und -4° nur eine geringe Abhängigkeit vom Impulsbeiwert. Die Auftriebsderivative $c_{A,\dot{h}}$ liegen dabei stets im negativen Bereich, während die Nickmomentenderivative $c_{M,\dot{h}}$ bei reduzierten Frequenzen größer als 4,5 positiv sind.

Abbildung 4.16 zeigt die Derivative infolge Nickimpuls. Die Auftriebsderivative $c_{A,\dot{\alpha}}$ bei 4° hängen erneut stark von der Frequenz und dem Impulsbeiwert ab. Allerdings sind hier nur reduzierte Frequenzen kleiner als 1 betroffen. Das Maximum wird bei einem Impulsbeiwert von 0,048 und einer reduzierten Frequenz von 0,4 erreicht. Mit sinkendem Impulsbeiwert nimmt die Ausprägung des Maximums ab und ist zu kleineren Frequenzen verlagert. Die Auftriebsderivative $c_{A,\dot{\alpha}}$ sind dabei über den gesamten Frequenzbereich positiv. Für die Trimmwinkel -15° und -4° sind die Auftriebsderivative nur bei sehr kleinen reduzierten Frequenzen negativ und hängen dabei nur bei -4° geringfügig vom Impulsbeiwert ab. Bei den Nickmomentenderivativen $c_{M,\dot{\alpha}}$ ist für 4° ein Minimum bei einer reduzierten Frequenz von 0,5 erreicht. Auch hier verlagert sich der Extremwert mit sinkendem Impulsbeiwert zu niedrigeren Frequenzen. Während die Nickmomentenderivative für die niedrigen Impulsbeiwerte im gesamten Frequenzbereich negativ sind, sind die Derivative für den Impulsbeiwert von 0,048 bei Frequenzen kleiner 0,15 und

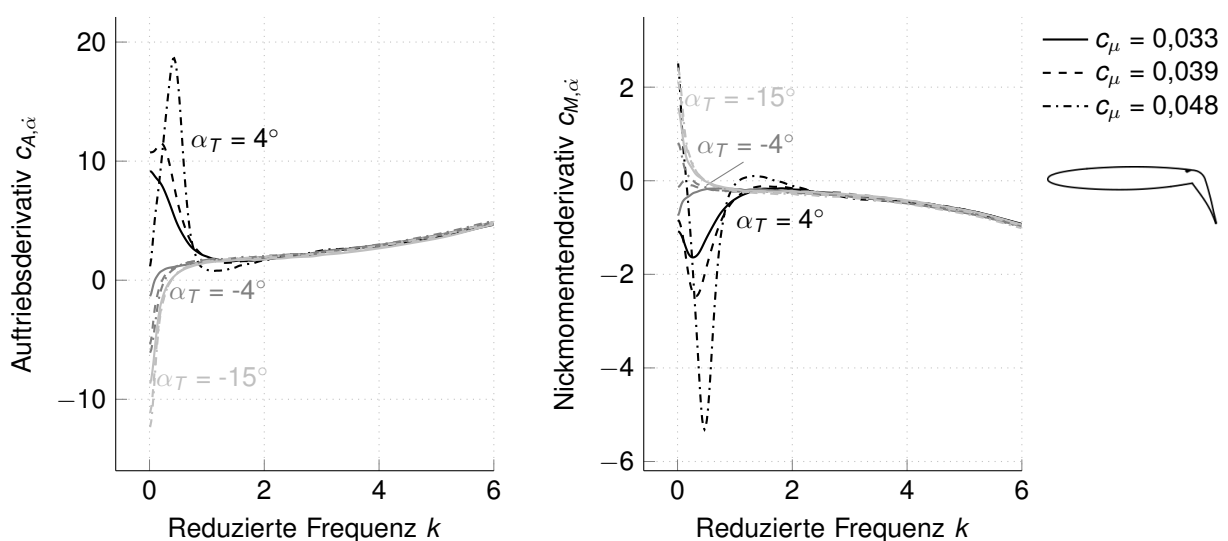


Abb. 4.16: Derivative infolge Nickimpuls für das Profil ohne Senknase im Frequenzbereich

zwischen 1,1 und 1,7 positiv. Die Ergebnisse des Trimmwinkels -4° zeigen nur bei Frequenzen kleiner 0,5 eine Frequenz- und Impulsabhängigkeit. Auch hier werden die Nickmomentenderivative für den Impulsbeiwert von 0,048 bei niedrigen Frequenzen positiv, während ansonsten nur negative Ergebnisse vorliegen. Jene des Trimmwinkels -15° hängen nur von der reduzierten Frequenz und nicht von dem Impulsbeiwert ab. Unterhalb einer reduzierten Frequenz von 0,4 sind die Werte für $\alpha_T = -15^\circ$ positiv. Es wird erneut deutlich, dass die Werte unterhalb einer reduzierten Frequenz von 2 stark vom Trimmwinkel abhängen. Diese Beobachtungen sind auf die jeweils vorliegenden Strömungsbedingungen zurückzuführen. Während die Strömungsbedingungen bei Anstellwinkeln von -15° und -4° vergleichbar sind, weichen jene bei 4° davon ab. Die instationäre Aerodynamik im Bereich der aufweitenden Grenzschichtdicke ist demnach empfindlich gegenüber Parameteränderungen. Die langsame Bewegung bei kleinen reduzierten Frequenzen führt dazu, dass sich das Strömungsfeld je nach Parameteränderung einstellt und die instationäre Aerodynamik maßgeblich beeinflusst. Bei schnelleren Bewegungen tritt der Einfluss der Parameteränderung auf das Strömungsfeld in den Hintergrund und die Bewegung ansich ist maßgebend für die instationäre Aerodynamik.

Für eine bessere Beurteilung, welchen Einfluss der Trimmwinkel hat, sind die Derivative in den Abbildungen 4.17 bis 4.18 für ausgewählte reduzierte Frequenzen über die Trimmwinkel dargestellt. In Bezug auf die später zu untersuchenden Strukturen sind hierfür die reduzierten Frequenzen der ersten Biegeeigenschwingungsform und der ersten Torsionseigenschwingungsform der Flügelstruktur gewählt. Entsprechend der Tabellen 3.1 und 3.2 liegen diese für die erste Biegeschwingung zwischen $k = 0,4$ und $k = 1$ und für die erste Torsionsschwingung zwischen $k = 2$ und $k = 6$. Die diskret ermittelten Werte sind dabei erneut markiert und mit Splines approximiert.

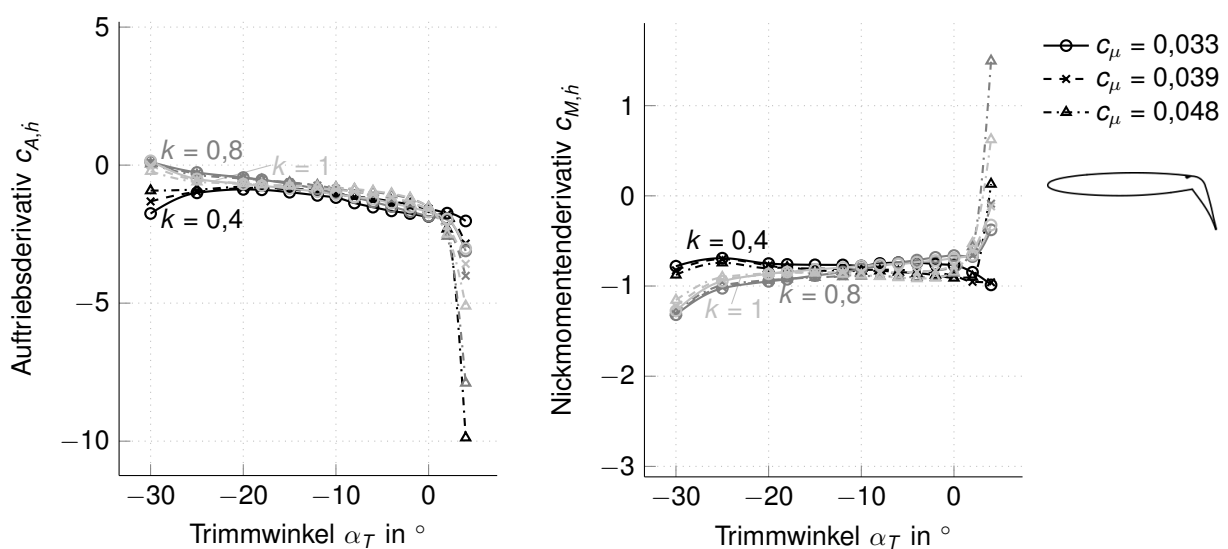


Abb. 4.17: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Hubimpuls für das Profil ohne Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Biegeschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

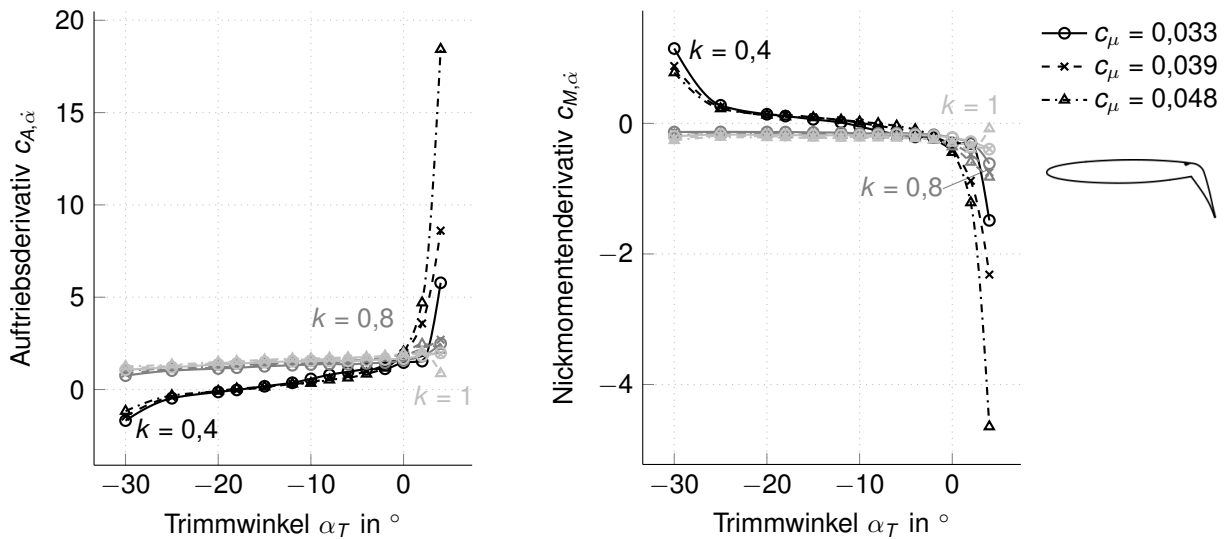


Abb. 4.18: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Nickimpuls für das Profil ohne Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Biegeschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

Die Auftriebsderivative infolge Hubimpuls $c_{A,h}$ in Abbildung 4.17 sind für die dargestellten reduzierten Frequenzen der ersten Biegeschwingung beinahe im gesamten Trimmbereich negativ. Lediglich bei $\alpha_T = -30^\circ$ stellen sich bei reduzierten Frequenzen von $k = 0,8$ und $k = 1$ leicht positive Werte ein. Bei einer reduzierten Frequenz $k = 0,4$ sind die Auftriebsderivative hingegen negativ und nehmen bis -20° leicht zu. Ab einem Trimmwinkel von -20° sind die Auftriebsderivative zunächst für alle dargestellten reduzierten Frequenzen k und Impulsbeiwerte c_{μ} vergleichbar und nehmen bis 2° stetig ab. Bei dem Übergang von 2° zu 4° zeigen insbesondere die Ergebnisse bei einem Impulsbeiwert von $c_{\mu} = 0,048$ große Sprünge. Die Nickmomentenderivative infolge Hubimpuls $c_{M,h}$ sind ebenfalls über weite Bereiche negativ und nehmen, je nach reduzierter Frequenz, nur leicht zu bzw. ab. Lediglich die Derivative bei $\alpha_T = 4^\circ$ und dem Impulsbeiwert $c_{\mu} = 0,048$ sind für die dargestellten reduzierten Frequenzen positiv.

Die Derivative infolge Nickimpuls sind in Abbildung 4.18 dargestellt. Hier zeigt sich, dass die Auftriebsderivative $c_{A,\dot{\alpha}}$ der reduzierten Frequenzen 0,8 und 1 im gesamten Trimmwinkelbereich sehr ähnlich und nahezu konstant positiv sind. Bei einer reduzierten Frequenz von 0,4 starten die Auftriebsderivative negativ und nehmen stetig zu. Erst bei dem Trimmwinkel von 0° nimmt die Steigung erneut stark zu. Für das Nickmomentenderivat $c_{M,\dot{\alpha}}$ zeigt sich ein an der Abszisse gespiegelter Verlauf. Die Nickmomentenderivative der hohen Frequenzen sind beinahe konstant und durchgehend negativ. Die Ergebnisse für die reduzierte Frequenz von 0,4 starten bei -30° hingegen positiv und wechseln bei -10° ins negative. Auch hier zeigt sich eine deutliche Veränderung der Steigung für positive Trimmwinkel.

Die Derivative für die erste Torsionsschwingung liegen im Bereich reduzierter Frequenzen von $k = 2$ bis 6. Dieser zeigte sich bereits in den Abbildungen 4.15 und 4.16 als nur geringfügig von Trimmwinkel und Impulsbeiwert abhängig. Die Derivative infolge Hubimpuls in Abbildung 4.19 bestätigen diese Ergebnisse. Die Auftriebsderivative $c_{A,h}$ sind im gesamten Bereich negativ

]

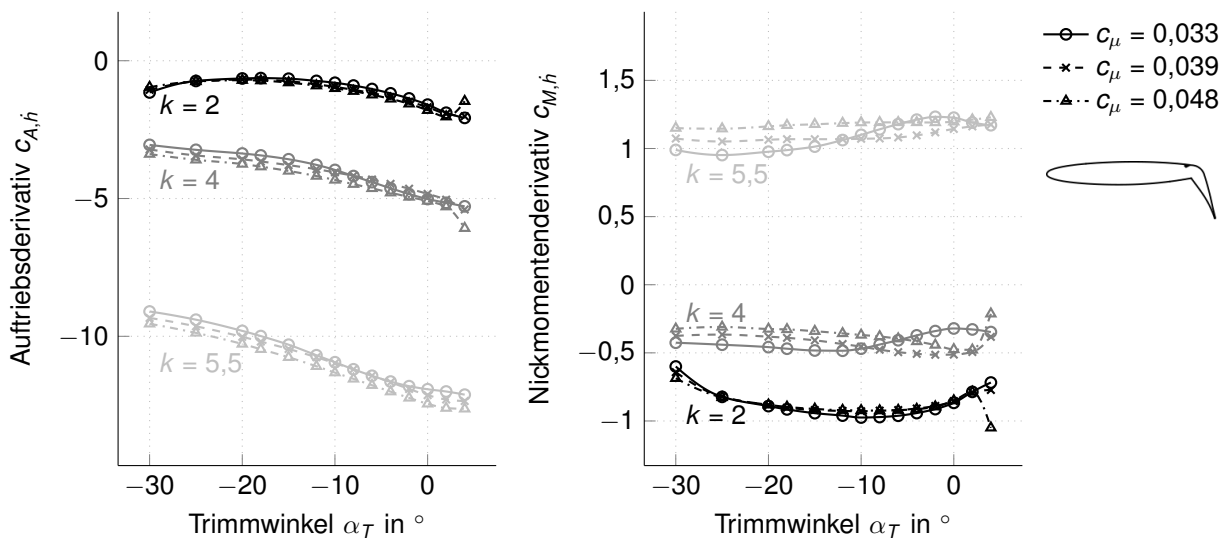


Abb. 4.19: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Hubimpuls für das Profil ohne Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Torsionsschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

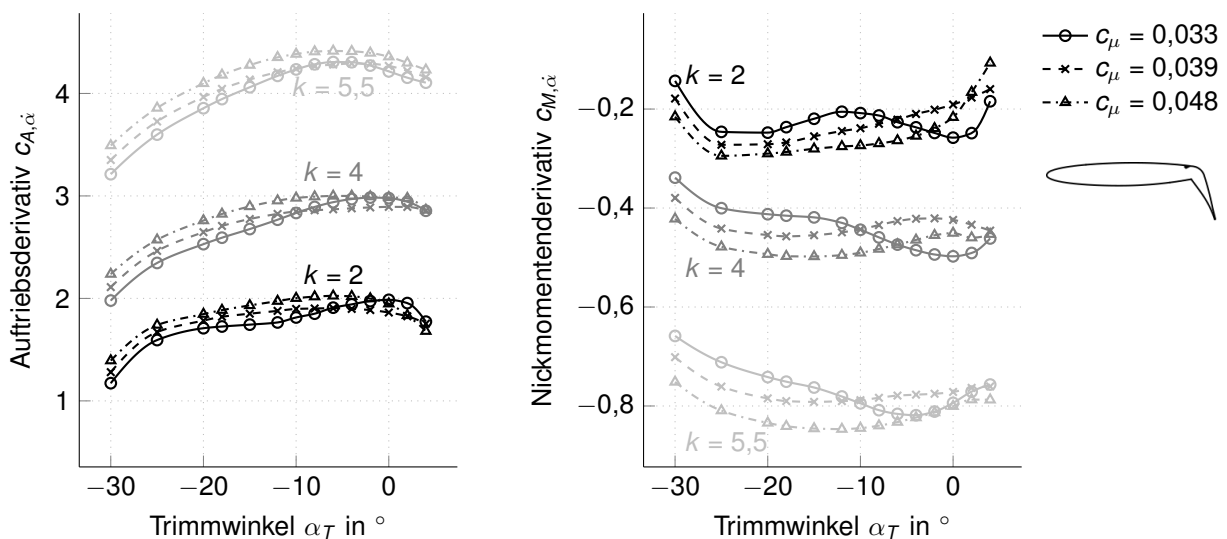


Abb. 4.20: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Nickimpuls für das Profil ohne Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Torsionsschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

und in erster Linie abhängig von der reduzierten Frequenz. Mit zunehmender Frequenz und auch mit zunehmendem Trimmwinkel nehmen die Derivative tendenziell ab. Der Impulsbeiwert hat dabei keine große Auswirkung auf die Verläufe. Auch die Nickmomentenderivative $c_{M,h}$ sind nur im geringen Maße von den Trimmwinkeln und Impulsbeiwerten abhängig. Entsprechend der Ergebnisse in Abbildung 4.15 sind die Werte für die reduzierten Frequenzen $k = 2$ und 4 negativ und jene für eine reduzierte Frequenz von $k = 5,5$ positiv.

Selbiges zeigt sich auf für die Derivative infolge Nickimpuls in Abbildung 4.20 Die Auftriebs-

derivative $c_{A,\dot{\alpha}}$ sind im gesamten Bereich positiv und nehmen mit steigender Frequenz zu. Die Nickmomentenderivative $c_{M,\dot{\alpha}}$ sind hingegen im gesamten Bereich negativ und nehmen mit steigender Frequenz weiter ab.

Diese Form der Darstellung bestätigt, dass die instationäre Aerodynamik von zwei Faktoren abhängt: dem Strömungsfeld und der reduzierten Frequenz. Für das Profil ohne Senknase zeigen positive Anstellwinkel eine Zunahme der Grenzschichtdicke (vgl. Abschnitt 4.1). Diese veränderte Strömungsbedingung führt dazu, dass die instationäre Aerodynamik auch hinsichtlich des Impulsbeiwertes empfindlicher reagiert. Der zudem auffällige Unterschied bei einem Impulsbeiwert von 0,048 ist auf die starke Unterdruckspitze an der Nase in diesem Zustand zurückzuführen. Hinzufügend ist festzuhalten, dass dieses Verhalten lediglich für Derivative unterhalb einer reduzierten Frequenz von 2 zu beobachten ist. Derivative oberhalb dieser Grenze sind maßgeblich nur von der Frequenz abhängig, da hier nicht die Parametereinstellung, sondern die Bewegung ansich die Ausbildung des Strömungsfelds dominiert.

4.2.3 Profil mit Senknase

Für das Profil mit Senknase erfolgt die Untersuchung analog. Zunächst stellen die Abbildungen 4.21 und 4.22 die Ergebnisse für drei untersuchte Trimmwinkel über die reduzierte Frequenz dar. Um einen Vergleich mit den Ergebnissen des Profils ohne Senknase zu ermöglichen, sind die Derivative des Trimmwinkels 0° – aus dem linear ansteigenden Bereich der Auftriebskurve (vgl. Abb. 4.6) – und 14° – im Bereich sinkendem Auftriebs – abgebildet. Zudem ist auch hier der Trimmwinkel -15° dargestellt, bei dem die Verwirbelungen unterhalb des Profils mit Senknase die Aerodynamik beeinflussen (vgl. Abb. 4.10, rechts). Die Ordinaten sind entsprechend der Abbildungen 4.15 und 4.16 skaliert.

In Abbildung 4.21 zeigt sich für die Auftriebsderivative infolge Hubimpuls $c_{A,h}$ eine Abhängigkeit von Trimmwinkel und Frequenz im gesamten Bereich. Die Bedeutung des Impulsbeiwertes ist untergeordnet. Insbesondere die Auftriebsderivative des Trimmwinkels $\alpha_T = -15^\circ$ sind unterhalb einer reduzierten Frequenz von $k = 2$ stark von der reduzierten Frequenz abhängig. Im Bereich von $k = 0,3$ bis $k = 1$ sind die Auftriebsderivative, je nach Impulsbeiwert, positiv und im restlichen Bereich negativ. Für den Trimmwinkel $\alpha_T = 14^\circ$ resultieren nur mit einem Impulsbeiwert von 0,033 positive Derivative für Frequenzen unter 0,25, während ansonsten negative Auftriebsderivative vorliegen. Der Trimmwinkel 0° liefert für alle Impulsbeiwerte im gesamten Bereich negative Auftriebsderivative. Mit zunehmendem Trimmwinkel und zunehmender reduzierter Frequenz nehmen die Auftriebsderivative ab. Die Nickmomentenderivative $c_{M,h}$ zeigen ein ähnliches Verhalten. Während die Trimmwinkel $\alpha_T = 14^\circ$ und 0° eine eher geringe Abhängigkeit zeigen, ist jene des Trimmwinkels $\alpha_T = -15^\circ$ unterhalb einer reduzierten Frequenz $k = 2$ stark ausgeprägt. Unterhalb einer reduzierten Frequenz von $k = 0,5$ sind die Nickmomentenderivative hier positiv. Ab einer reduzierten Frequenz von $k = 3$ sind die Nickmomentenderivative aller Trimmwinkel vergleichbar und lediglich von der Frequenz ab-

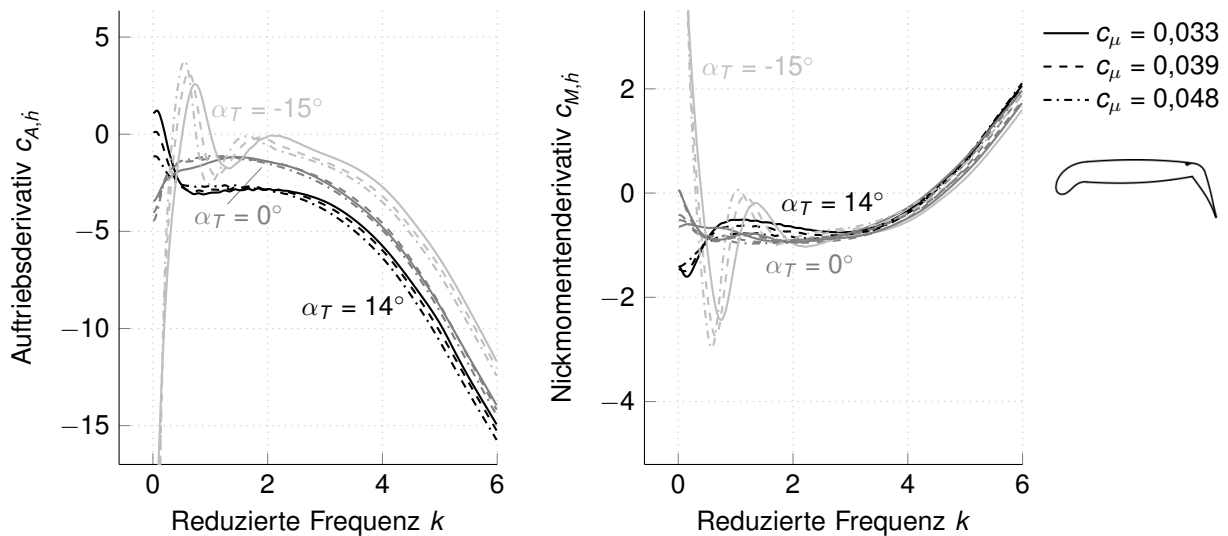


Abb. 4.21: Derivative infolge Hubimpuls für das Profil mit Senknase im Frequenzbereich

hängig. Für reduzierte Frequenzen oberhalb $k = 4,5$ ergeben sich für alle Trimmwinkel positive Nickmomentenderivative.

Im Vergleich zu den Derivativen des Profils ohne Senknase in Abbildung 4.15 zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Derivative der Trimmwinkel -4° und 0° , welche sich jeweils im linear ansteigenden Bereich der Auftriebskurven befinden. Hingegen weisen die Derivative im Bereich negativer Steigung bei den Trimmwinkeln 4° und 14° Unterschiede auf. Das Profil ohne Senknase bei 4° zeigt insbesondere für hohe Impulsbeiwerte c_μ eine starke Frequenzabhängigkeit, während das Profil mit Senknase bei 14° eher geringere Impuls- und Frequenzabhängigkeiten aufweist. Dieses Verhalten ist auf die reduzierte Unterdruckspitze an der Nase des Profils mit Senknase zurück zu führen (vgl. Abb. 4.7), welche zu stabileren Strömungsbedingungen bei hohen Anstellwinkeln führt. Auch die Derivative der Profile bei einem Trimmwinkel von $\alpha_T = -15^\circ$ zeigen große Unterschiede. Wie in Abbildung 4.10 dargestellt herrschen bei diesem Trimmwinkel grundsätzlich unterschiedliche Strömungsbedingungen. Insbesondere die Verwirbelungen unterhalb des Profils mit Senknase führen zu komplexen Strömungsbedingungen, welches sich in den unterschiedlichen Verläufen der Derivative widerspiegelt.

Die Derivative infolge Nickimpuls in Abbildung 4.22 weisen für Frequenzen unter 1 eine Abhängigkeit sowohl vom Trimmwinkel als auch in geringerem Maße vom Impulsbeiwert auf. Der Trimmwinkel $\alpha_T = -15^\circ$ zeigt je nach Impulsbeiwert bis zu einer reduzierten Frequenz von 0,5 bis 0,75 negative Auftriebsderivative $c_{A,\dot{\alpha}}$ für alle Impulsbeiwerte. Für den Trimmwinkel 0° sind die Auftriebsderivative bei den zwei hohen Impulsbeiwerten bis zu einer reduzierten Frequenz von 0,3 negativ. Die Auftriebsderivative bei $\alpha_T = 14^\circ$ sind im gesamten Frequenzbereich positiv. Die Extremwerte ergeben sich dabei in allen Fällen für Frequenzen nahe 0. Für die Nickmomentenderivative $c_{M,\dot{\alpha}}$ zeigt sich ein an der Abszisse gespiegeltes Verhalten. Für den Trimmwinkel $\alpha_T = -15^\circ$ sind die Nickmomentenderivative zunächst positiv und wechseln zwischen einer reduzierten Frequenz von $k = 0,6$ und $k = 0,8$ das Vorzeichen. Bei 0° führen ho-

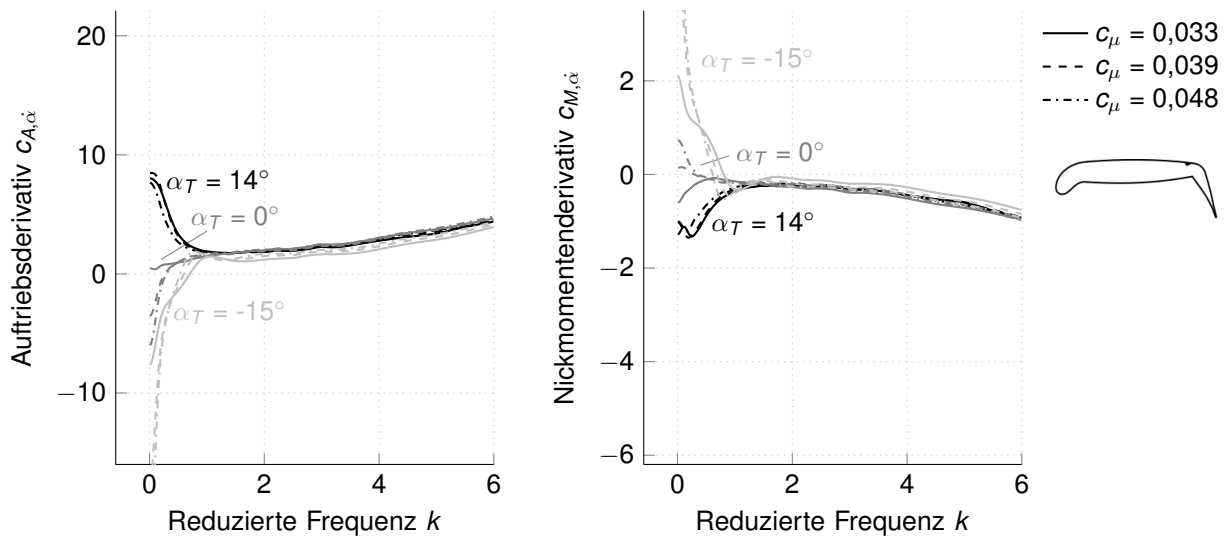


Abb. 4.22: Derivative infolge Nickimpuls für das Profil mit Senknase im Frequenzbereich

he Impulsbeiwerte und niedrige Frequenzen zu positiven Werten. Der Trimmwinkel 14° liefert durchgehend negative Ergebnisse und zeigt keine starke Abhängigkeit vom Impulsbeiwert.

Der Vergleich mit den Derivativen des Profils ohne Senknase in Abbildung 4.16 zeigt, dass die Ergebnisse für das Profil mit Senknase bei 14° erneut deutlich weniger von dem Impulsbeiwert abhängen, als die Ergebnisse des Profils ohne Senknase bei 4° . Die Frequenzabhängigkeiten des Profils mit Senknase sind jedoch mit jenen des Profils ohne Senknase bei einem Impulsbeiwert von 0,033 vergleichbar. Der Vergleich der Trimmwinkel 0° des Profils mit und -4° des Profils ohne Senknase zeigt sowohl für das Auftriebsderivativ als auch für das Nickmomentenderivativ sehr ähnliche Verläufe. Der Vergleich der Nickmomentenderivative der Profile bei einem Trimmwinkel $\alpha_T = -15^\circ$ zeigt weniger Unterschiede als jener der Auftriebsderivative. Der Vorzeichenwechsel liegt für das Profil mit Senknase bei etwas höheren Frequenzen, aber der Verlauf der Kurven ist grundsätzlich vergleichbar.

Diese Darstellungen zeigen, dass die Derivative des Profils mit Senknase deutlich weniger Impulsabhängig als jene des Profils ohne Senknase sind. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Unterdruckspitze am Profil ohne Senknase die Profilaerodynamik bei hohen Anstellwinkeln stark beeinflusst, während der Unterdruckbereich am Profil mit Senknase nur einen geringfügigen Einfluss hat [11]. Die Auftriebsderivative infolge Hubimpuls sind im gesamten Bereich von Trimmwinkel und Frequenz abhängig. Jene infolge Nickimpuls weisen ab einer reduzierten Frequenz von 3 keine Abhängigkeit vom Trimmwinkel mehr auf. Die Derivative infolge Nickimpuls sind, wie auch im Fall des Profils ohne Senknase, bei reduzierten Frequenzen $k > 1$ weder vom Trimmwinkel noch von den Impulsbeiwerten abhängig. Eine Abhängigkeit vom Trimmwinkel besteht demnach insbesondere im Bereich der reduzierten Frequenzen der ersten Biegeschwingung (Abb. 4.23 und 4.24). Für einen Vergleich werden auch die Derivative im Bereich der reduzierten Frequenzen der ersten Torsionsschwingung diskutiert (Abb. 4.25 und 4.26). Die Skalierung der Ordinate ist an die entsprechenden Abbildungen des Profils ohne Senknase angepasst (vgl. Abb. 4.17 und 4.18 bzw. Abb. 4.19 und 4.20).

Die Derivative des Profils mit Senknase in den Abbildungen 4.23 und 4.24 zeigen unterhalb von $\alpha_T = -10^\circ$ deutliche Abweichungen zu den Verläufen der Derivative des Profils ohne Senknase. Insbesondere im Bereich der Trimmwinkel von -20° bis -10° sind die Auftriebsderivative infolge Hubimpuls, in Abbildung 4.23 links, stark von Impulsbeiwert und Frequenz abhängig. Bei $\alpha_T = -30^\circ$ sind die Auftriebsderivative zunächst für alle reduzierten Frequenzen und Impulsbeiwerte negativ. Für die reduzierte Frequenz von 0,4 springen die Derivative bei $\alpha_T = -15^\circ$ von negativen zu positiven Derivativen, bevor sie ab $\alpha_T = -10^\circ$ wieder im negativen Bereich

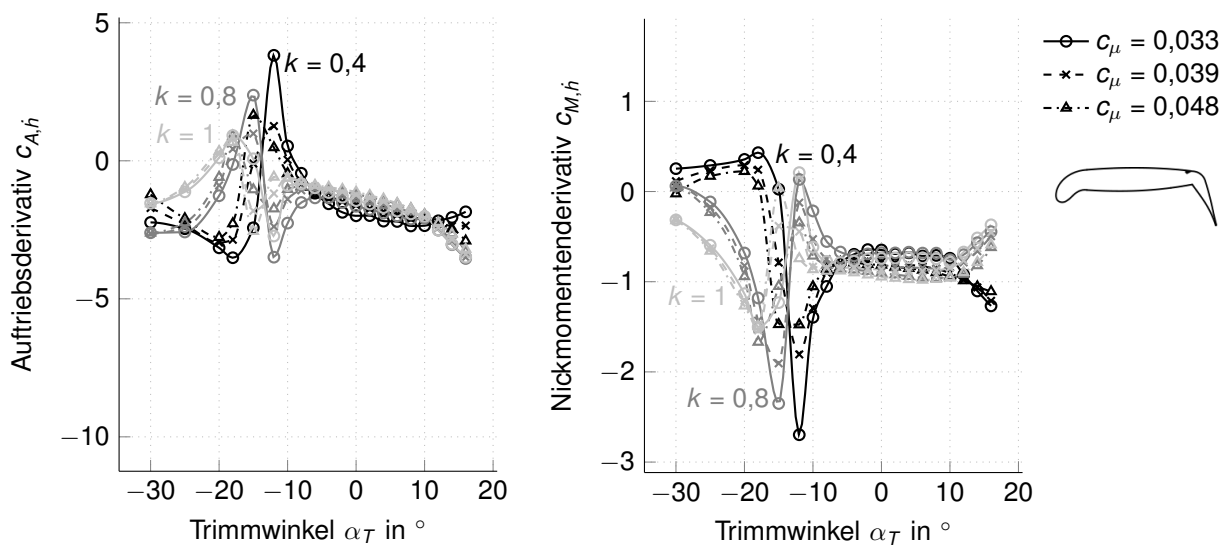


Abb. 4.23: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Hubimpuls für das Profil mit Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Biegeschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

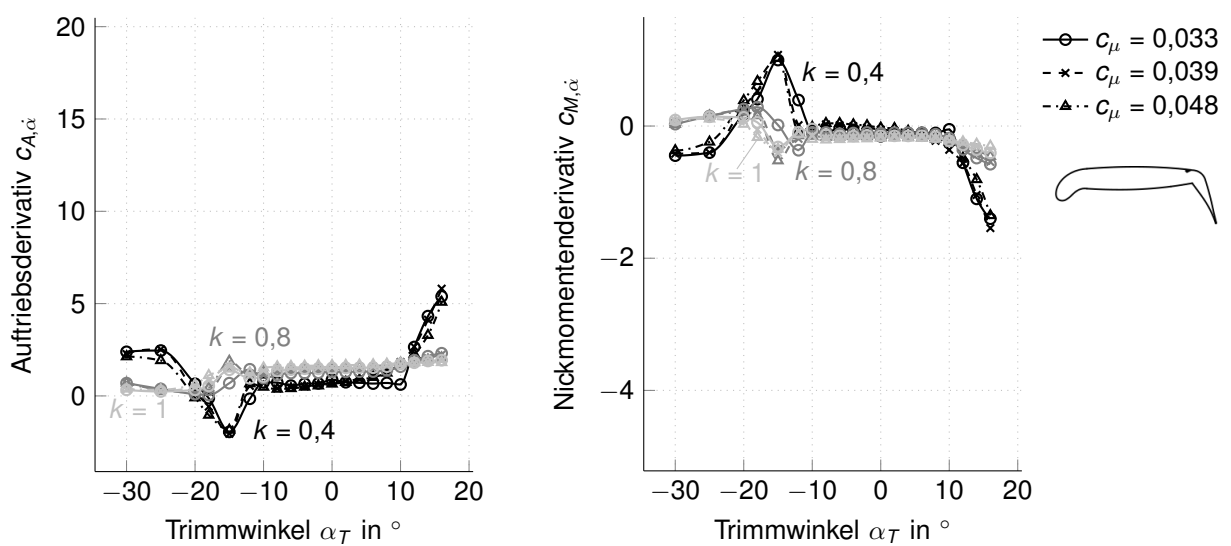


Abb. 4.24: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Nickimpuls für das Profil mit Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Biegeschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

verlaufen. Bei den reduzierten Frequenzen 0,8 und 1 nehmen die Derivative hingegen bis zu Trimmwinkeln von -18° bzw. -15° stetig in den positiven Bereich zu. Danach zeigt sich einen Umschwung hin zu negativen Derivativen. Der Trimmwinkel, bei dem der jeweilige Vorzeichenwechsel geschieht, ist dabei abhängig vom Impulsbeiwert. Auch die Nickmomentenderivative infolge Hubimpuls zeigen für Trimmwinkel unterhalb von -10° eine starke Abhängigkeit von Impulsbeiwert und Frequenz. Die Derivative bei einer reduzierten Frequenz von 0,4 starten bei $\alpha_T = -30^\circ$ positiv und wechseln – je nach Impulsbeiwert – zwischen $\alpha_T = -18^\circ$ und -15° zu stark negativen Werten. Jene der reduzierten Frequenzen 0,8 und 1 sind über weite Bereiche negativ und wechseln nur bei $\alpha_T = -15^\circ$ bzw. -12° zu kleinen positiven Werten. Die Derivative infolge Nickimpuls am Profil mit Senknase in Abbildung 4.24 zeigen ebenfalls diese Auffälligkeiten im Bereich der Trimmwinkel von -20° bis -10° . Allerdings ist die Frequenz- und Impulsabhängigkeit weniger stark ausgeprägt. So liegen die Auftriebsderivative bei den reduzierten Frequenzen 0,8 und 1 beinahe durchgehend im positiven Bereich. Die Auftriebsderivative bei einer reduzierten Frequenz von 0,4 starten bei $\alpha_T = -30^\circ$ hingegen ebenfalls positiv, sind jedoch zwischen -20° und -12° negativ. Das Minimum ist bei $\alpha_T = -15^\circ$ erreicht. Die Nickmomentenderivative infolge Nickimpuls starten für die beiden hohen Frequenzen positiv und wechseln bei Trimmwinkeln von -18° bzw. -15° in den negativen Bereich. Bei der reduzierten Frequenz von 0,4 starten die Derivative hingegen im negativen Bereich und sind für Trimmwinkel zwischen -22° und -10° positiv. Das Maximum ist auch hier bei $\alpha_T = -15^\circ$ erreicht.

Abbildung 4.25 und 4.26 zeigen die Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Hub- und Nickimpuls bei den reduzierten Frequenzen der ersten Torsionsschwingung. Die Derivative zeigen sowohl infolge Hubimpuls als auch infolge Nickimpuls erneut ein zum Teil sprunghaftes Verhalten für die Trimmwinkel zwischen -20° und -10° . Mit zunehmender Frequenz verringern

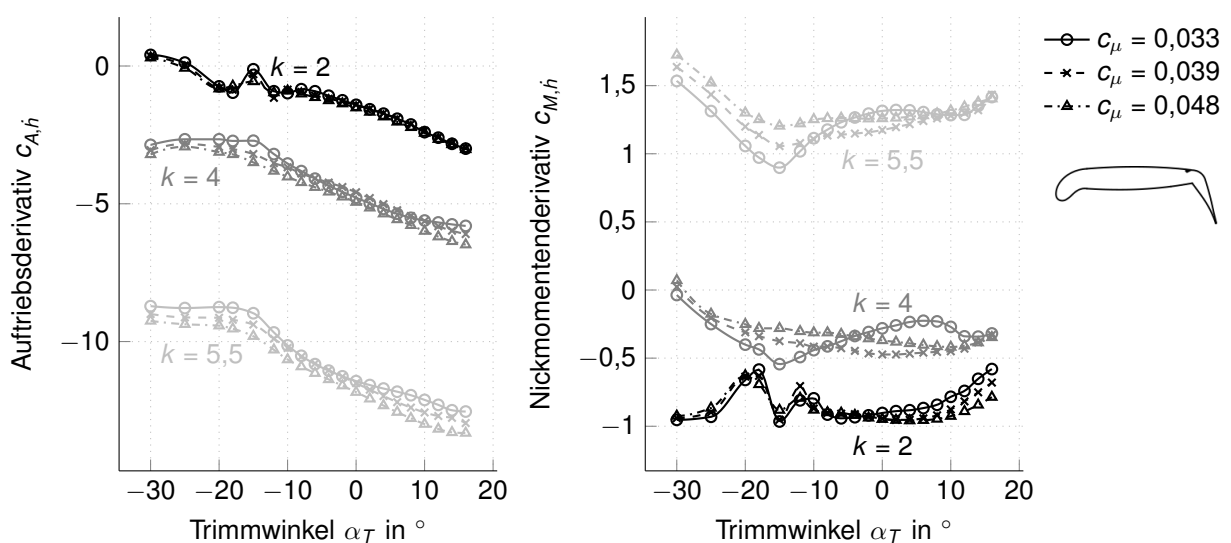


Abb. 4.25: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Hubimpuls für das Profil mit Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Torsionsschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

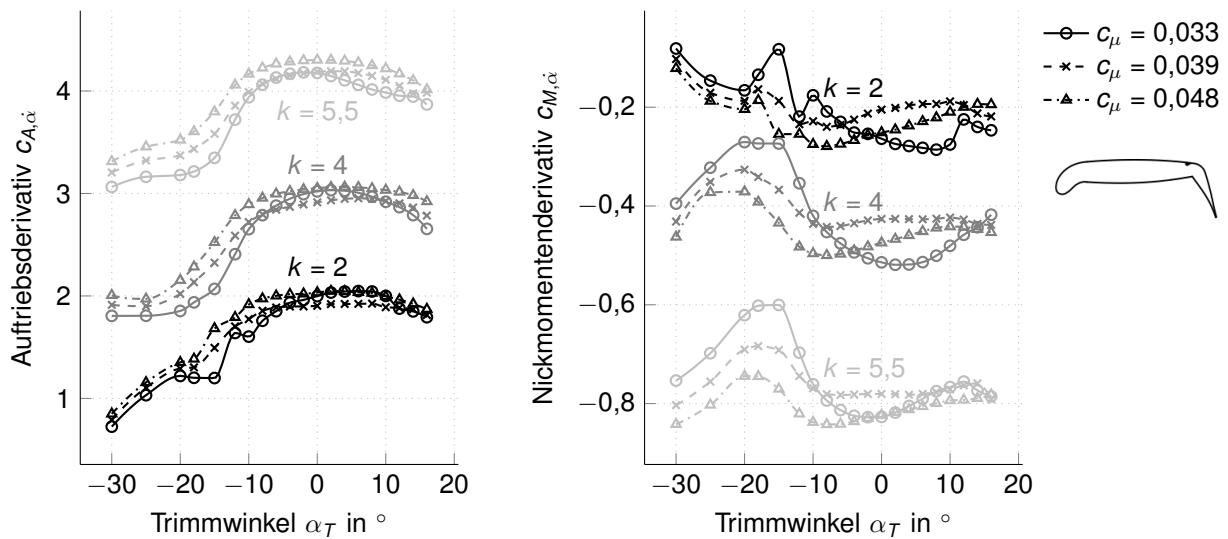


Abb. 4.26: Auftriebs- und Nickmomentenderivative infolge Nickimpuls für das Profil mit Senknase bei den reduzierten Frequenzen der ersten Torsionsschwingung und $\delta_{fl} = 65^\circ$

sich die Ausprägungen. Ein Vorzeichenwechsel deutet sich infolge dessen für das Auftriebsderivativ infolge Hubimpuls bei $\alpha_T = -15^\circ$ für die reduzierte Frequenz von 2 an. Unterhalb von -25° sind die Derivative hier ebenfalls positiv. Allgemein erscheinen die Zustände bei hohen reduzierten Frequenzen stabiler.

Für die instationären aerodynamischen Beiwerte ergibt sich damit eine eindeutige Frequenzabhängigkeit. Bei geringen reduzierten Frequenzen ist zudem eine Abhängigkeit vom Anstellwinkel vorhanden. In den Bereichen, in denen die Strömungsbedingungen instabil sind, sind die Derivative zudem vom Impulsbeiwert abhängig. Für das Profil ohne Senknase betrifft das den Bereich der maximalen Anstellwinkel, für das Profil mit Senknase den Bereich, in dem unterhalb des Profils die Verwirbelungen vorliegen.

4.2.4 Selbstverstärkende Effekte

Hinsichtlich der Gefahr selbsterregter Schwingungen sind die Derivative auf der Hauptdiagonalen von Gleichung (4.2) entscheidend. Ist das Auftriebsderivativ infolge einer Hubschwingung positiv, ist die Bewegung selbstverstärkend. Gleiches gilt für das Nickmomentenderivat infolge einer Nickschwingung. Das Verständnis der Mechanismen, die zu diesem Verhalten führen, ist essentiell für die spätere Beurteilung der Flatterphänomene. Der Untersuchungsbereich von Anstellwinkeln bis zu -30° liefert insbesondere für das Profil mit Senknase bereichsweise positive Derivative (s. Abb. 4.23, links und 4.24, rechts). Doch auch das Profil ohne Senknase zeigt für die niedrigste dargestellte reduzierte Frequenz positive Nickmomentenderivative (s. Abb. 4.18, rechts).

Entsprechend Gleichung (4.4) ist die Arbeit, die der veränderliche Kraftanteil auf der Geschwindigkeit leistet, maßgebend. Bei kleinen Frequenzen stört die Bewegung die stationäre

Strömungsverteilung nur geringfügig. Mit zunehmender Frequenz dominiert der instationäre Anteil die Strömung. Im Hinblick darauf sind die positiven Nickmomentenderivative an beiden Profilformen mit den stationären Nickmomentenverläufen in Abhängigkeit vom Anstellwinkel in Abbildung 4.6, rechts, erklärbar. Bei instationären Strömungen führt eine positive Anstellwinkelabweichung zu einer Strömung, die an der Nase besser und an der Klappe schlechter anliegt. In der ersten Hälfte der Periode in Abbildung 4.27 wirkt daher ein zusätzliches positives Nickmoment. Eine negative Anstellwinkelabweichung führt dementsprechend zu einer Strömung, die an der Klappe besser und an der Nase schlechter anliegt. Demnach wirkt in der zweiten Hälfte der Periode in Abbildung 4.27 ein zusätzliches negatives Nickmoment. Die maximale Auslenkung ist gleichbedeutend mit der maximal zusätzlich entstehenden Kraft, resultierend aus der Druckverteilung. In Bezug auf die ebenfalls in Abbildung 4.27 dargestellte Schwingung $\dot{\alpha}$, wird abschnittsweise positive und negative Arbeit geleistet. Das Integral der Arbeiten über eine Periode ist gleich Null.

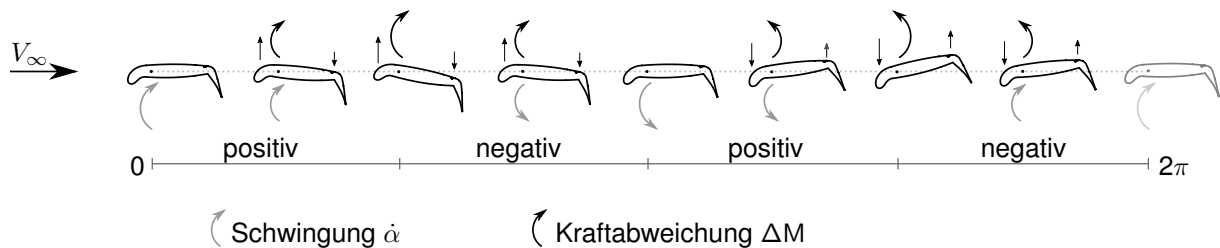


Abb. 4.27: Schematische Darstellung der instationären Nickbewegung

In Abschnitt 4.1 ist der Effekt, der bei negativen Anstellwinkeln an der Hinterkantenklappe auftritt, beschrieben. Ist die reduzierte Frequenz klein, dann bewirkt der Druckverlust an der Hinterkantenklappe eine positive Phasenverschiebung der Druckverteilung. Abbildung 4.28 zeigt, wie der Effekt an der Hinterkantenklappe die Druckverteilung beeinflusst. Die maximale Kraftabweichung ΔM tritt demnach bereits vor der maximalen Auslenkung auf. Über eine Periode wird infolgedessen mehr positive als negative Arbeit geleistet und die Schwingung ist angefacht.

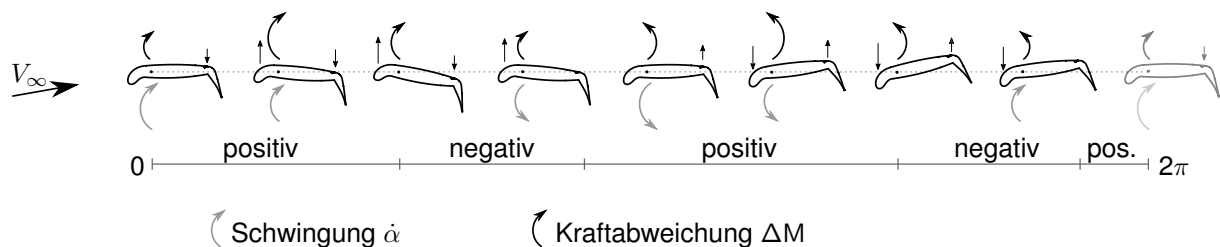


Abb. 4.28: Schematische Darstellung der instationären Nickbewegung mit einer Phasenverschiebung der Druckverteilung

Am Profil mit Senknase ergeben sich zudem auch positive Auftriebsderivative infolge Hubimpuls (vgl. Abb. 4.23, links). Anstellwinkel kleiner als -10° sind hiervon betroffen [74]. Hier

findet der Prozess der vollständigen Ablösung der Strömung auf der Unterseite des Profils mit Senknase statt. Die Strömungslinien des betreffenden Bereichs sind in Abbildung 4.29 dargestellt.

Aufgrund des hohen positiven Derivativs wird nachfolgend der Trimmwinkel -12° bei einer reduzierten Frequenz von 0,4 näher untersucht. Wie bereits in Abbildung 2.8 verdeutlicht, führt eine abwärtsgerichtete Bewegung bei stationärer Betrachtung zu einem höheren Anstellwinkel und somit zu mehr Auftrieb. Bei einem Anstellwinkel von -12° ist demnach zu erwarten, dass eine stationäre Abwärtsbewegung zu einer Verbesserung der Strömungsbedingungen führt und eine stationäre Aufwärtsbewegung zu einer Verschlechterung. Diese Verhältnisse würden, wie in Abbildung 4.30 dargestellt, in beiden Fällen zu negativer Arbeit führen. Bei einer veränderlichen Hubbewegung ($\dot{h} \neq 0$) wird jedoch auch die Änderung der Zirkulation und die Ausbreitung der Wirbel berücksichtigt. Infolgedessen kann es zu Phasenverschiebungen der einwirkenden aerodynamischen Kräfte gegenüber einem stationären Strömungszustand kommen.

Abbildung 4.31 zeigt die Strömungsfelder, die sich bei der instationären Hubschwingung mit einer reduzierten Frequenz von 0,4 einstellen. Zum Vergleich ist das Strömungsfeld der stationären Strömung bei -12° angegeben. So wird ersichtlich, dass das Strömungsfeld am Punkt der schnellsten Abwärtsbewegung weniger Auftrieb erzeugt als der stationäre Zustand. Die Phasenverschiebung der Strömungszustände führt demnach dazu, dass bei maximaler Auslenkung und somit geringster Geschwindigkeit die größten Kraftabweichungen ΔA auftreten.

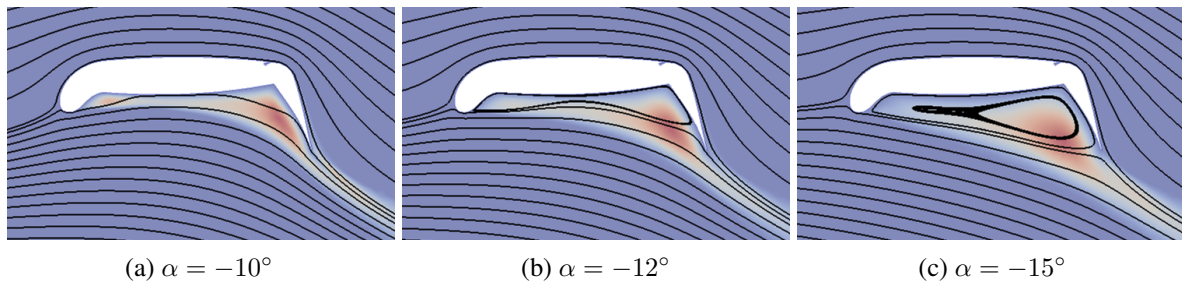


Abb. 4.29: Ablösung der Strömung am Profil mit Senknase bei $c_\mu = 0,033$



Abb. 4.30: Erwartete Strömungsverhältnisse bei konstanter Abwärtsbewegung, links, und konstanter Aufwärtsbewegung, rechts, bei $\alpha = -12^\circ$

In Summe wird demnach mehr positive als negative Arbeit innerhalb einer Periode geleistet, so dass die Schwingung angefacht ist. Die Auftriebsderivative in Abbildung 4.23 und 4.25 zeigen, dass dieses Verhalten sowohl stark von der reduzierten Frequenz, als auch vom Anstellwinkel abhängt. Mit zunehmender Frequenz wird aber auch diese Schwingung stabiler.

Tritt eine Schwingung am Tragflügel in dem Frequenzbereich auf, für den die Derivative positiv sind, ist theoretisch sowohl ein Ein-Freiheitsgrad-Biegeflattern als auch ein Ein-Freiheitsgrad-Nickflattern möglich. Auch eine gekoppelte Biege-Torsionsschwingung ist in diesem Frequenzbereich aufgrund der einzelnen Mechanismen potentiell selbsterregend.

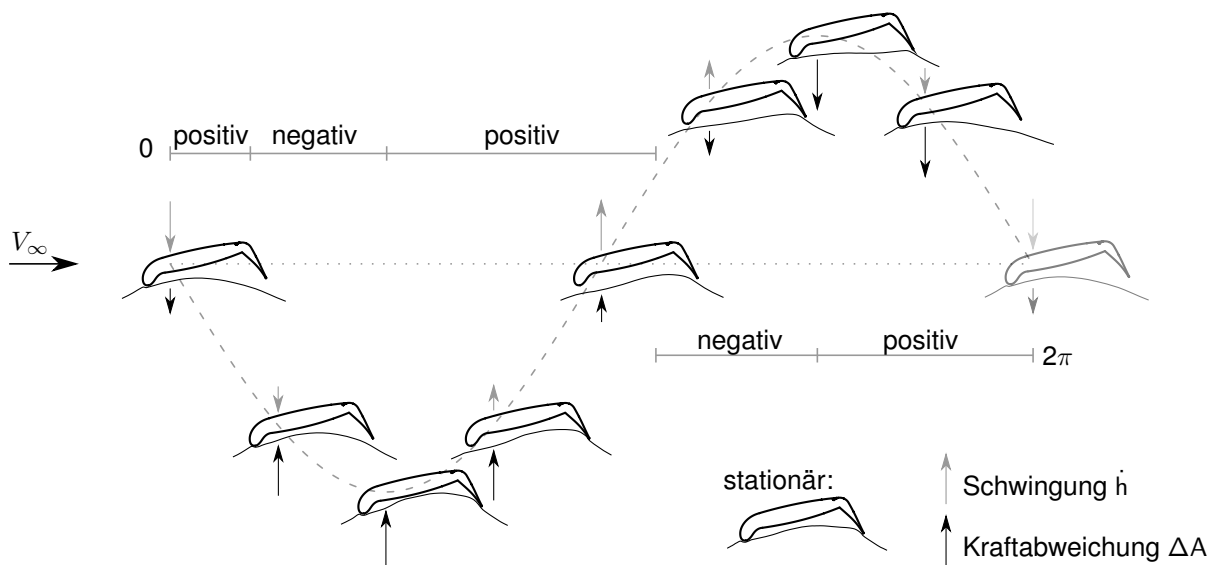


Abb. 4.31: Strömungsfelder der Hubschwingung und resultierende Kraftabweichung im Vergleich zur stationären Referenz mit $\alpha = -12^\circ$, $c_\mu = 0,033$ und $k = 0,4$

4.3 Stationäre Aerodynamik am Tragflügel

Unter Annahme eines unendlich langen Tragflügels erfolgt die Betrachtung der Umströmung zunächst am Profil. Die in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Effekte der dreidimensionalen Umströmung werden daher im Nachhinein über eine Korrektur berücksichtigt. Das Verfahren wurde bereits in [57] für den Tragflügel ohne Senknase vorgestellt. Da im Vergleich dazu einige Anpassungen und Veränderungen vorgenommen werden, erfolgt die Herleitung trotzdem von Grund auf. Als Vergleich dienen Ergebnisse dreidimensionaler Strömungssimulationen von Kay Sommerwerk¹ und Dennis Keller². Dabei ist anzumerken, dass der Hinterkantenklappenwinkel des Querruders 45° beträgt, während im reduzierten Strukturmodell einheitlich ein Klappenwinkel von 65° angesetzt ist.

¹ Institut für Flugzeugbau und Leichtbau, TU Braunschweig

² Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, DLR Braunschweig

Für die Anwendung der PRANDTL'schen Traglinientheorie wird der Flügel von Rumpf bis Flügelspitze betrachtet und in n Streifen geteilt. An jedem Profilschnitt wird die zweidimensionale Strömung nach Streifentheorie mit einem Wirbelmodell überlagert. Mit der Änderung der Zirkulation Γ in Spannweitenrichtung geht an jedem Profilstreifen i ein freier Wirbel der Wirbelstärke γ_t ab. Aus der daraus resultierenden Abwindverteilung ergibt sich der induzierte Anstellwinkel α_i an jedem Profilschnitt.

Die grundlegenden Modellgleichungen sind in den Gleichungen (2.25) bis (2.29) gegeben und nachfolgend zusammenfassend aufgelistet:

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{V_\infty l c_A}{2}, \\ \gamma_t &= \frac{1}{b_h} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta}, \\ w_i &= \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{\gamma'_t}{\eta - \eta'} d\eta', \\ \alpha_i &= \arctan\left(\frac{w_i}{V_\infty}\right) \text{ und} \\ \alpha_e &= \alpha_0 - \alpha_i.\end{aligned}$$

Der Auftriebsbeiwert

$$c_A = c_A(\delta_{fl}, c_\mu, \alpha_e) \quad (4.32)$$

wird dabei anhand der in Abschnitt 4.1 vorgestellten Ausgleichsfunktionen der zweidimensionalen stationären Beiwerte in Abhängigkeit des Hinterkantenklappenwinkels δ_{fl} , des Impulsbeiwertes c_μ und des effektiven Anstellwinkels α_e bestimmt. Es folgt ein Gleichungssystem mit der Dimension $6n$, also mit 6 Freiheitsgraden je Profilschnitt. Das Lösen des Gleichungssystems verläuft iterativ, wobei der Lösungsvektor \mathbf{x} in jedem Iterationsschritt s mit

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{x}_{s-1} - \delta_k \Delta \mathbf{x}_s \quad (4.33)$$

bestimmt wird. Der Dämpfungsfaktor δ_k ist mit 0,2 konservativ gewählt [57]. Die Korrektur $\Delta \mathbf{x}_s$ bestimmt sich aus dem Vektor der Residuen \mathbf{r} und der Tangentenmatrix \mathbf{R} mit

$$\mathbf{R} \Delta \mathbf{x}_s = \mathbf{r}. \quad (4.34)$$

Die Tangentenmatrix \mathbf{R} enthält die partiellen Ableitungen der Residuen nach allen Freiheits-

graden des Gleichungssystems. Die Residuen folgen an jedem Streifen i zu

$$r_{c_A,i} = c_{A,i} - c_A(\delta_{fl}, c_{\mu}, \alpha_{e,i}), \quad (4.35)$$

$$r_{\Gamma,i} = \Gamma_i - \frac{V_{\infty} l_i c_{A,i}}{2}, \quad (4.36)$$

$$r_{\gamma_t,i} = \gamma_{t,i} - \frac{1}{b_h} \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right|_i, \quad (4.37)$$

$$r_{w_i,i} = w_{i,i} - \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{\gamma'_t}{\eta_s - \eta'} d\eta', \quad (4.38)$$

$$r_{\alpha_i,i} = \alpha_{i,i} - \arctan\left(\frac{w_{i,i}}{V_{\infty}}\right), \quad (4.39)$$

$$r_{\alpha_e,i} = \alpha_{e,i} - \alpha_0 + \alpha_{i,i}. \quad (4.40)$$

Die Gleichung für die Wirbelstärke γ_t des abgehenden freien Wirbels enthält die Ableitung der Zirkulationsverteilung Γ in Spannweitenrichtung. Diese wird mit dem Differenzenverfahren aus den Zirkulationswerten der benachbarten Streifen abgeleitet, sodass in Feldmitte

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right|_i \approx \frac{\Gamma_{i+1} - \Gamma_{i-1}}{\eta_{i+1} - \eta_{i-1}} \quad (4.41)$$

gilt und an den Flügelspitzen Randsterne erforderlich sind. Für Schnitt 1 gilt somit

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right|_1 \approx \frac{-3\Gamma_1 + 4\Gamma_2 - \Gamma_3}{\eta_3 - \eta_1} \quad (4.42)$$

und für Schnitt n der gespiegelte Randstern

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right|_n \approx \frac{3\Gamma_n - 4\Gamma_{n-1} + \Gamma_{n-2}}{\eta_n - \eta_{n-2}}. \quad (4.43)$$

Das darauf basierende Integral zur Berechnung der Abwindgeschwindigkeit w_i wird im diskretisierten Modell mit der Summe über alle Profilschnitte j angenähert, sodass

$$w_{i,i} = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{\gamma'_t}{\eta_i - \eta'} d\eta' \approx \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^n \frac{\gamma_{t,j} b_j}{\eta_i - \eta_j}, \quad (4.44)$$

wobei b_j die dem Profilschnitt j zugehörige Streifenbreite ist. Für den Summenterm mit $j = i$ erfolgt eine gesonderte Betrachtung. Die Ausführungen von KRUKOW [57] zeigen, dass der zugehörige Summand verschwindet, womit

$$w_{i,i} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\gamma_{t,j} b_j}{\eta_i - \eta_j}. \quad (4.45)$$

Die partiellen Ableitungen der Gleichungen (4.35) bis (4.40), und somit der detaillierte Aufbau der Tangentmatrix, sind Anhang A.1 zu entnehmen.

4.3.1 Anpassung der Traglinientheorie

Abbildung 4.32 zeigt den Vergleich der Auftriebsverteilung ermittelt mit 3D Strömungssimulationen (3D-CFD), sowie mit der Streifentheorie (ROM-ST)). Der Anstellwinkel α_{AC} ist hier der globale Anstellwinkel des Flugzeugs. Die Ergebnisse der 3D Strömungssimulationen zeigen dabei auch Werte im Bereich des Rumpfes ($\eta < 0,1$), während sich die Umsetzung im reduzierten Modell auf den Flügel beschränkt. Die Ergebnisse der 3D Strömungssimulationen zeigen die höchsten Auftriebsbeiwerte bei etwa 60-70% der Spannweite. In Richtung Rumpf sinken die Auftriebsbeiwerte moderat, während in Richtung Flügelspitze ein stärkeres Gefälle zu erkennen ist. Im Vergleich dazu liegt die Auftriebsverteilung infolge Streifentheorie deutlich höher und nimmt zunehmender Spannweite leicht ab. Ziel ist es, die Streifentheorie mit einem Wirbelmodell so zu überlagern, dass die Ergebnisse der 3D Strömungssimulationen möglichst gut approximiert werden.

In Abschnitt 2.2.2 ist beschrieben, dass die Zirkulation um das Profil an der Flügelspitze verschwindet. KRUKOW [57] erreicht dieses, indem die ungestörte Zirkulation am Rand ermittelt und ein entsprechend großer Wirbel explizit berücksichtigt wird. Die Größe der Zirkulation am linken Γ_L und rechten Γ_Z Rand bestimmt sich aus der Zirkulation des ersten bzw. letzten Streifens, unter der Annahme einer streifenweise konstanten Wirbelstärke γ_t , zu

$$\Gamma_L \approx \Gamma_1 - \gamma_{t,1} (\eta_1 - \eta_L) b_h, \quad \Gamma_Z \approx \Gamma_n + \gamma_{t,n} (\eta_Z - \eta_n) b_h. \quad (4.46)$$

η_L und η_Z beschreiben die Positionen der Ränder, die nach KRUKOW jeweils eine halbe Streifenbreite vor bzw. hinter den Randstreifen liegen, sodass

$$\eta_L = \eta_1 - \frac{b_1}{2}, \quad \eta_Z = \eta_n + \frac{b_n}{2}. \quad (4.47)$$

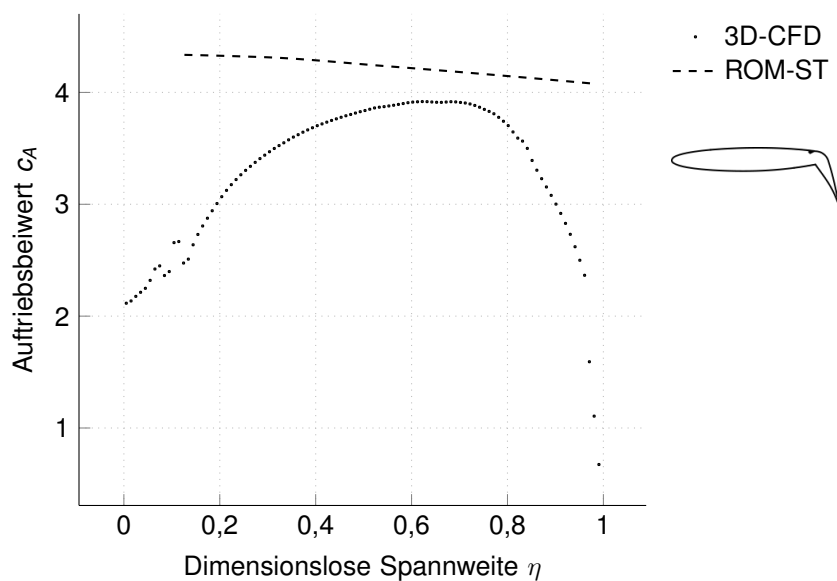


Abb. 4.32: Vergleich der Auftriebsverteilung bei $\alpha_{AC} = 0^\circ$ und $c_\mu = 0,033$ unter Anwendung verschiedener Theorien

Bei dem Übergang von Rumpf- auf Flügelstruktur wird die Zirkulation jedoch nur verringert und verschwindet nicht vollkommen. Daher wird die Zirkulation am linken Rand anteilig berücksichtigt. Der Abwind entsprechend Gleichung (4.45) wird um die Randterme erweitert [57], sodass

$$w_{i,i} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\gamma_{t,j} b_j}{\eta_i - \eta_j} + \frac{\gamma_\Gamma \Gamma_L}{4\pi b_h (\eta_i - \eta_L)} + \frac{\Gamma_Z}{4\pi b_h (\eta_Z - \eta_i)} . \quad (4.48)$$

Der Korrekturfaktor γ_Γ , der die Größe des freien Wirbels in Abhängigkeit der vorliegenden Zirkulation beschreibt, wird empirisch bestimmt. Für den Flügel der REF 2 ohne ausgeschlagene Senknase und ohne Triebwerk ist dieser Faktor 0,15. Abbildung 4.33 zeigt den Vergleich der Auftriebsverteilungen, die mit der PRANDTL'schen Traglinientheorie mit Randbedingungen (ROM-PT) berechnet wurden, mit den Ergebnissen der 3D Strömungssimulationen für einen Impulsbeiwert von 0,033 und drei verschiedene Anstellwinkel. Während die Ergebnisse der Anstellwinkel 0° und 4° mit der Traglinientheorie gut angenähert werden, zeigt der Vergleich bei einem Anstellwinkel von 6° die Schwächen des Verfahrens auf. Aus der ausführlichen Beschreibung der Ergebnisse der 3D Strömungssimulationen [96] geht hervor, dass im Bereich von 50% bis 80% der Spannweite lokale Ablösungen auf der Flügeloberseite entstehen. Dieses Verhalten wird mit der Traglinientheorie nicht erfasst, da der aus Abwind induzierte Anstellwinkel den effektiven Anstellwinkel stark reduziert. Die zugehörigen effektiven Anstellwinkel sind in Abbildung 4.34 dargestellt. Für einen globalen Anstellwinkel von 6° liegen die effektiven Anstellwinkel im Bereich 50% bis 80% der Spannweite bei -2° und somit in einem Bereich, in dem keine Ablösungen zu erwarten sind.

BURNAZZI beschreibt zudem, dass sich das Abreißverhalten der 2D und 3D Simulationen unterscheidet [11]. Demnach ist die Grenzschichtdicke bei der 3D Strömungssimulation größer und

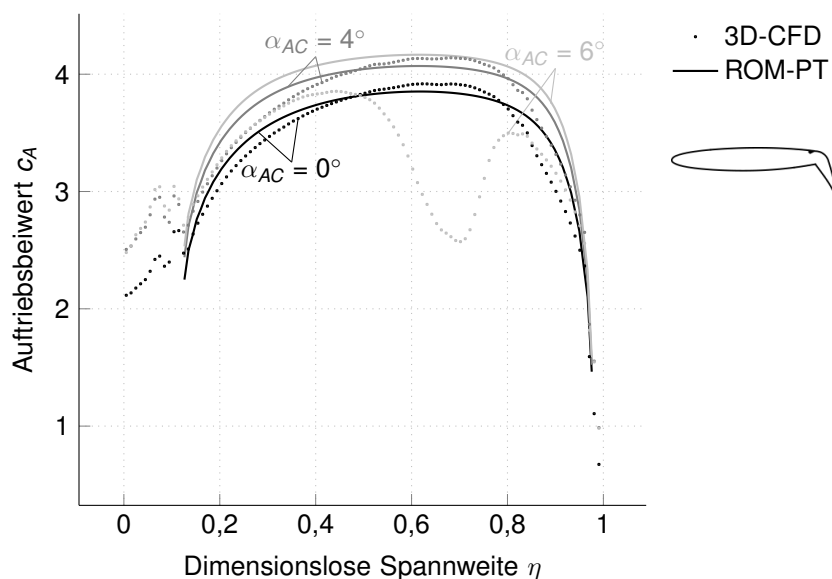


Abb. 4.33: Vergleich der Auftriebsverteilung bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_\mu = 0,033$

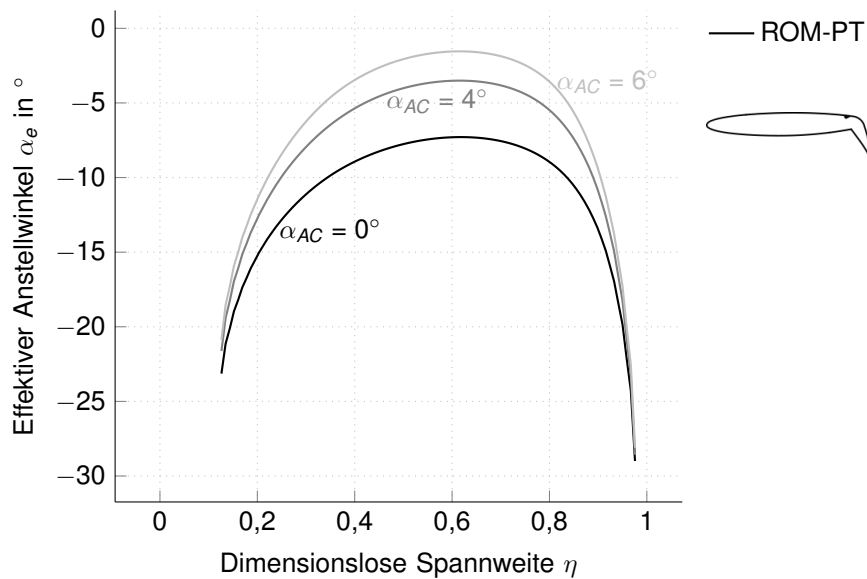


Abb. 4.34: Effektive Anstellwinkel der Ergebnisse nach Traglinientheorie aus Abb. 4.33

somit sensibler gegenüber Anstellwinkeländerungen, weshalb sich ein vorzeitiger Strömungsabriss einstellt. Die Darstellung der effektiven Anstellwinkel in Abbildung 4.34 zeigt, dass diese insbesondere in den Randbereichen große negative Werte annehmen. Für den globalen Anstellwinkel 0° liegen die effektiven Anstellwinkel demnach zwischen -30° und -7° . Aus diesem Grund sind die in Abschnitt 4.1 und 4.2 vorgestellten aerodynamischen Beiwerte bis zu einem Anstellwinkel von -30° untersucht.

Abbildung 4.35 zeigt den Vergleich der Auftriebsverteilungen für einen Impulsbeiwert von 0,045. Für den Anstellwinkel 6° wird die lokale Ablösung erneut nicht erfasst, jedoch zeigen auch die Anstellwinkel 0° und 4° Abweichungen von den zum Vergleich heran gezogenen Er-

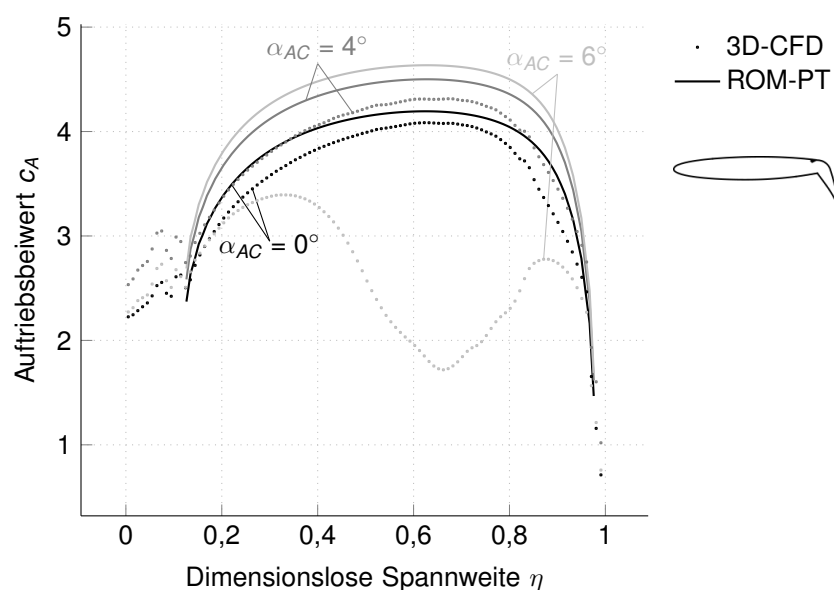


Abb. 4.35: Vergleich der Auftriebsverteilung bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_\mu = 0,045$

gebnissen der 3D Strömungssimulationen. Wie anfangs in Kapitel 4 beschrieben, kann nur der optimale Zustand, bei dem die Strömung bis an die Hinterkante anliegt, mit Hilfe der Potentialtheorie beschrieben werden. Die PRANDTL'sche Traglinientheorie baut auf der Potentialtheorie auf und gilt somit zunächst nur für den Impulsbeiwert von 0,033. Der Impulsbeiwert 0,048 liegt hingegen im Bereich der Superzirkulation, womit die Strömung über das Profilende hinaus den Charakter einer anliegenden Strömung hat. Dieses Verhalten kann als zusätzlicher Abwind interpretiert und als erster Ansatz konstant entlang der Spannweite und linear abhängig vom Impulsbeiwert berücksichtigt werden. Der Abwind aus Gleichung (4.48) wird entsprechend

$$w_{i,i} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\gamma_{t,j} b_j}{\eta_i - \eta_j} + \frac{\gamma_{\Gamma} \Gamma_L}{4\pi b_h (\eta_i - \eta_L)} + \frac{\Gamma_Z}{4\pi b_h (\eta_Z - \eta_i)} + f_c (c_{\mu} - c_{\mu_{\text{opt}}}) \quad (4.49)$$

erweitert. Mit dem empirisch zu 250 bestimmten Faktor f_c und dem optimalen Impulsbeiwert $c_{\mu_{\text{opt}}} = 0,033$ folgen die Auftriebsverteilungen in Abbildung 4.36. Diese zeigen eine verbesserte Approximation für die Anstellwinkel 0° und 4° , wobei die Ergebnisse für 4° eine bessere Übereinstimmung zeigen. Grundsätzlich ist eine Abhängigkeit vom Anstellwinkel denkbar, welche aufgrund der geringen Datenbasis nicht eingearbeitet wird.

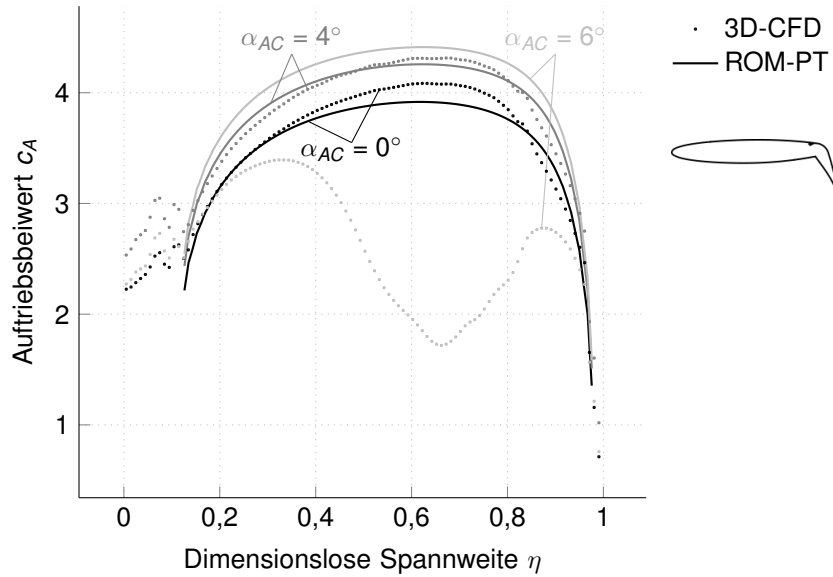


Abb. 4.36: Vergleich der Auftriebsverteilung bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_{\mu} = 0,045$ mit zusätzlichem Abwind

Neben dem Auftriebsbeiwert muss auch der Nickmomentenbeiwert einer Korrektur unterzogen werden. Entsprechend Gleichung (2.19) kann der Nickmomentenbeiwert

$$c_M = c_{M0} + \frac{x_N}{l} c_A \quad (4.50)$$

mit dem Nullmomentenbeiwert c_{M0} , der Neutralpunktlage x_N und dem Auftriebsbeiwert c_A bestimmt werden. Dabei ist

$$\frac{x_N}{l} = \frac{\partial c_M}{\partial c_A}, \quad (4.51)$$

also die Steigung des Nickmomentenbeiwertes in Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes. In Abbildung 4.37 ist für zwei Flugzeuganstellwinkel der Nickmomentenbeiwert der 3D Strömungssimulationen über den Auftriebsbeiwert aufgetragen und jeweils mit einer linearen Funktion approximiert. Deutlich wird, dass sowohl der Nullmomentenbeiwert als auch das Verhältnis aus Gleichung (4.51) nicht konstant über den Flugzeuganstellwinkel sind. Für den Nullmomentenbeiwert wird eine Formulierung abhängig vom Flugzeuganstellwinkel gewählt. Die Steigung wird mit einem Mittelwert abgebildet, sodass eine allgemeine Näherung mit

$$c_{M_{3D}} = -0,195 - 0,00625 \alpha_{AC} - 0,142 c_A(\alpha_e) \quad (4.52)$$

erfolgt. Abbildung 4.38 zeigt die nach Gleichung (4.52) berechnete Nickmomentenverteilung im Vergleich zu den Ergebnissen der 3D Strömungssimulation. Die Übereinstimmung erfüllt nicht die Erwartungen.

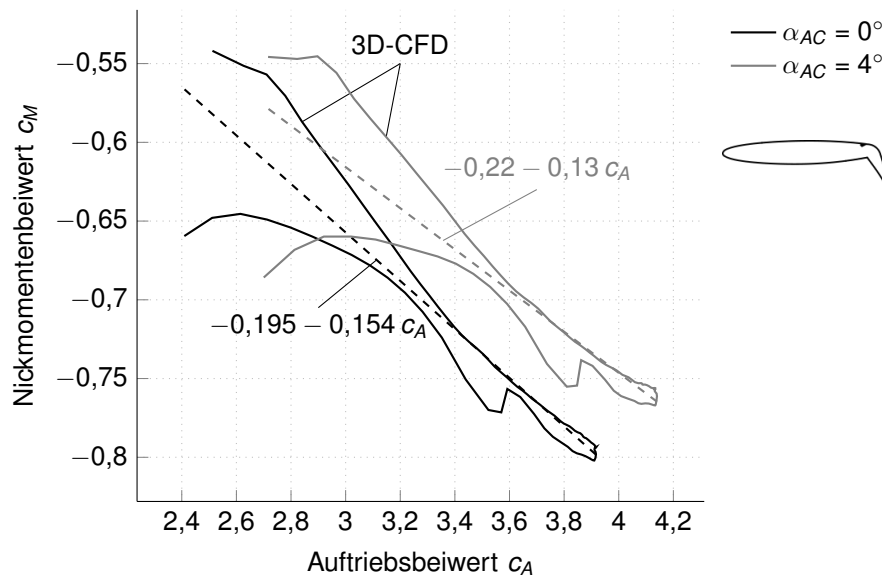


Abb. 4.37: 3D-CFD Nickmomentenbeiwert über 3D-CFD Auftriebsbeiwert aufgetragen und linear approximiert mit $c_\mu = 0,033$

Da sich die effektive Auftriebsverteilung prinzipiell aus der Auftriebsverteilung infolge Streifentheorie und der induzierten Auftriebsverteilung zusammensetzt, wird die Nickmomentenverteilung analog aufgebaut, sodass

$$c_{M_{3D}} = c_M(\alpha_0) + c_{Mi} \quad (4.53)$$

gilt. Nur der induzierte Nickmomentenbeiwert c_{Mi} wird dabei über den Ansatz

$$c_{Mi} = c_{Mi0} + \frac{x_{Ni}}{l(\eta)} c_{Ai} \quad (4.54)$$

beschrieben, wonach ein induzierter Nullmomentenbeiwert c_{Mi0} und eine induzierte Neutralpunktlage x_{Ni} zu bestimmen sind. Der induzierte Auftriebsbeiwert c_{Ai} bestimmt sich aus der

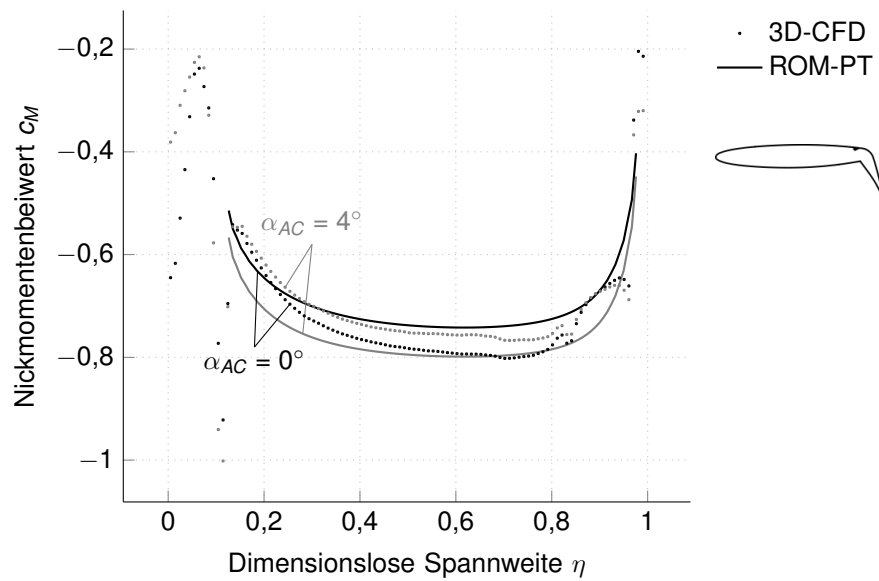


Abb. 4.38: 3D-CFD und mit Gleichung (4.52) approximierte Nickmomentenbeiwerte mit $c_\mu = 0,033$

Differenz des Auftriebsbeiwertes infolge effektivem und lokalem Anstellwinkel. Es folgt, dass

$$c_{M_{3D}} = c_M(\alpha_0) + c_{Mi0} + \frac{x_{Ni}}{l(\eta)} (c_A(\alpha_e) - c_A(\alpha_0)) . \quad (4.55)$$

Für die bekannten Zustände lässt sich die Gleichung für die induzierte Neutralpunktlage umstellen. Die Ergebnisse mit einem empirisch gewählten induzierten Nullmomentenbeiwert von -0,15 sind in Abbildung 4.39 dargestellt. Die induzierte Neutralpunktlage ändert sich zwar entlang der Spannweite, wird jedoch in erster Näherung mit dem konstanten Wert -0,7 approxi-

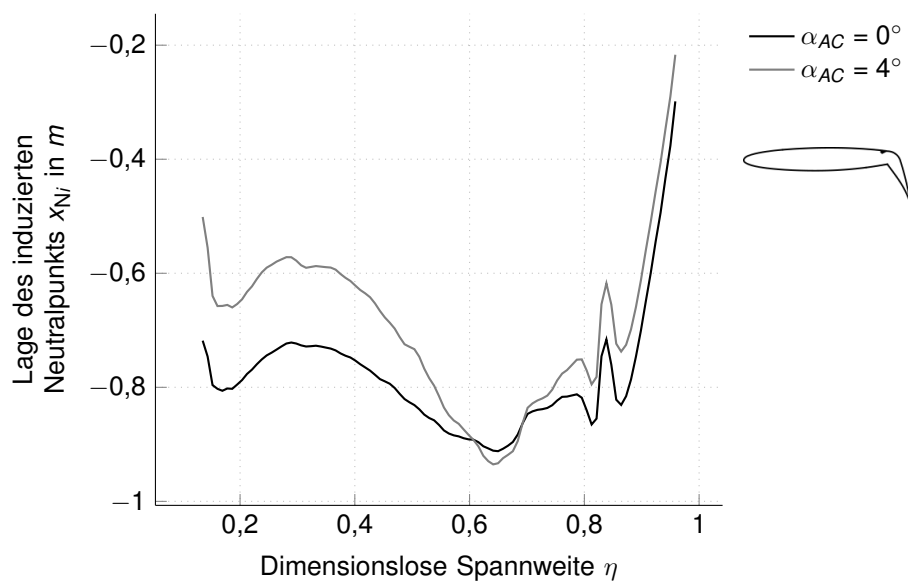


Abb. 4.39: Lage des induzierten Neutralpunktes für zwei Flugzeuganstellwinkel mit $c_\mu = 0,033$

miert. Der Nickmomentenbeiwert berechnet sich demnach mit

$$c_{M_{3D}} = c_M(\alpha_0) - 0,15 - \frac{0,7}{l(\eta)} (c_A(\alpha_e) - c_A(\alpha_0)) . \quad (4.56)$$

Die Nickmomentenverteilungen, die zu den Auftriebsverteilungen in Abbildung 4.34 und 4.36 gehören, sind in Abbildung 4.40 und 4.41 dargestellt. Die Ergebnisse in 4.40 zeigen eine gute Übereinstimmung der Nickmomentenbeiwerte. Für einen höheren Impulsbeiwert (vgl. Abb. 4.41) ist die Übereinstimmung zwar schlechter, jedoch weiterhin ausreichend.

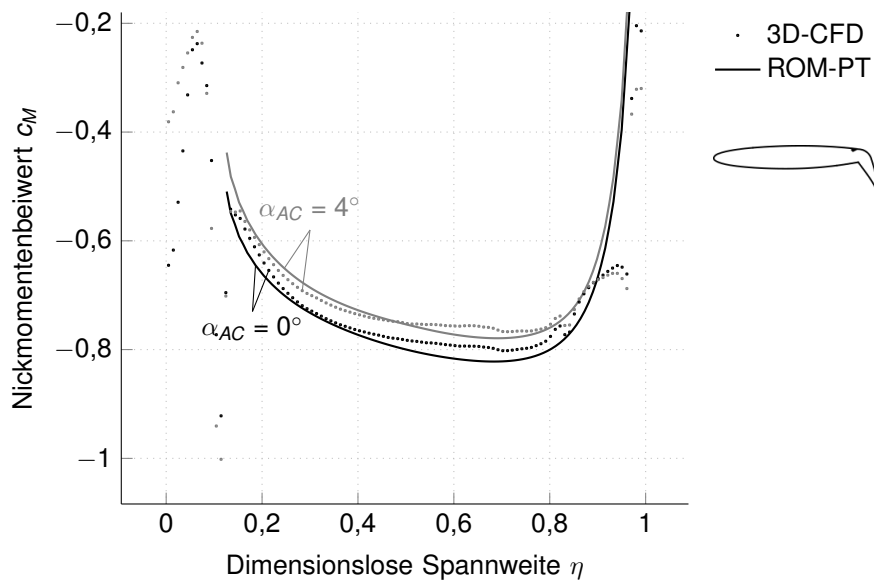


Abb. 4.40: Vergleich der Nickmomentenverteilung bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_\mu = 0,033$

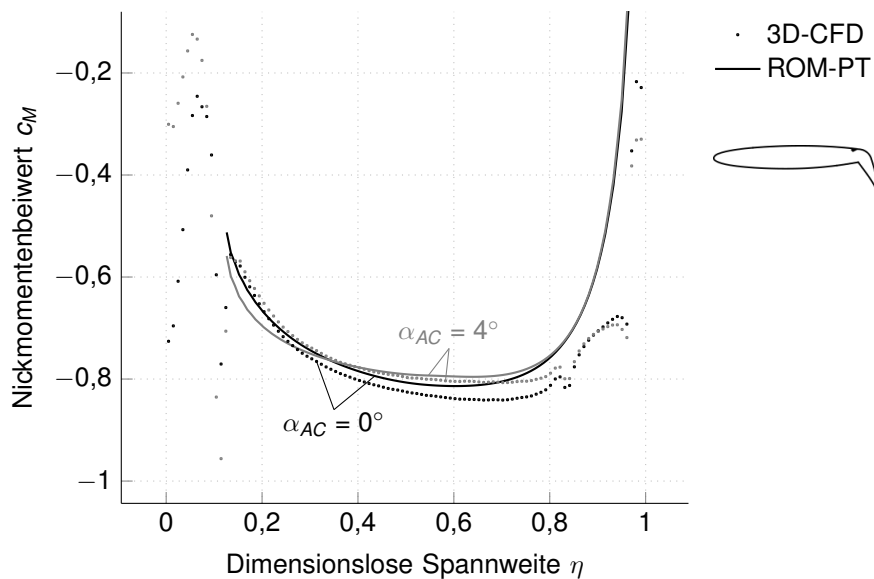


Abb. 4.41: Vergleich der Nickmomentenverteilung bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_\mu = 0,045$

Bisher wurden vier empirisch festgelegte Werte zur Ermittlung der spannweitenigen Verteilung der Beiwerte eingeführt. Zudem ist der optimale Impulsbeiwert der dreidimensionalen Strömungssimulationen netzabhängig [97]. Tabelle 4.1 fasst die Werte für das bisher behandelte Profil ohne Senknase im Vergleich zu jenen des Profils mit Senknase zusammen.

Tab. 4.1: Festgelegte Werte zur Ermittlung der Verteilung der Beiwerte für die REF 2

	γ_{Γ}	f_c	$c_{\mu_{\text{opt}}}$	$c_{M0_{3D}}$	x_{Ni}
ohne Senknase	0,15	250	0,033	-0,15	-0,7
mit Senknase	0,20	500	0,030	-0,26	-0,8

Der für das Profil mit Senknase resultierende Vergleich der angepassten Traglinientheorie mit den Ergebnissen der 3D Strömungssimulationen sind für zwei Impulsbeiwerte in den Abbildungen 4.42 und 4.43 dargestellt. Im Vergleich zu den Ergebnissen des Profils ohne Senknase fällt ein Einbruch der Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte bei ca 80% der Spannweite auf. Außerdem ist die Abweichung zwischen den Ergebnissen der angepassten Traglinientheorie und den Ergebnissen der 3D Strömungssimulationen bei 10-30% der Spannweite größer.

Eine ausführliche Diskussion der 3D Strömungssimulationen ist in [97] zu finden. Hier ist beschrieben, dass die Klappenwinkeländerung des Querruders im Netz des Flügels mit Senknase mit einem Spalt berücksichtigt ist. Bei dem Netz ohne Senknase ist hingegen ein kontinuierlicher Übergang der Klappen umgesetzt. Damit lässt sich der Einbruch des Auftriebsbeiwertes bei 80% der Spannweite in den Verteilungen mit Senknase erklären. Infolge der Diskontinuität des Netzes findet hier ein Sprung in der Zirkulation statt. Außerdem ist in [97] zu sehen, dass der

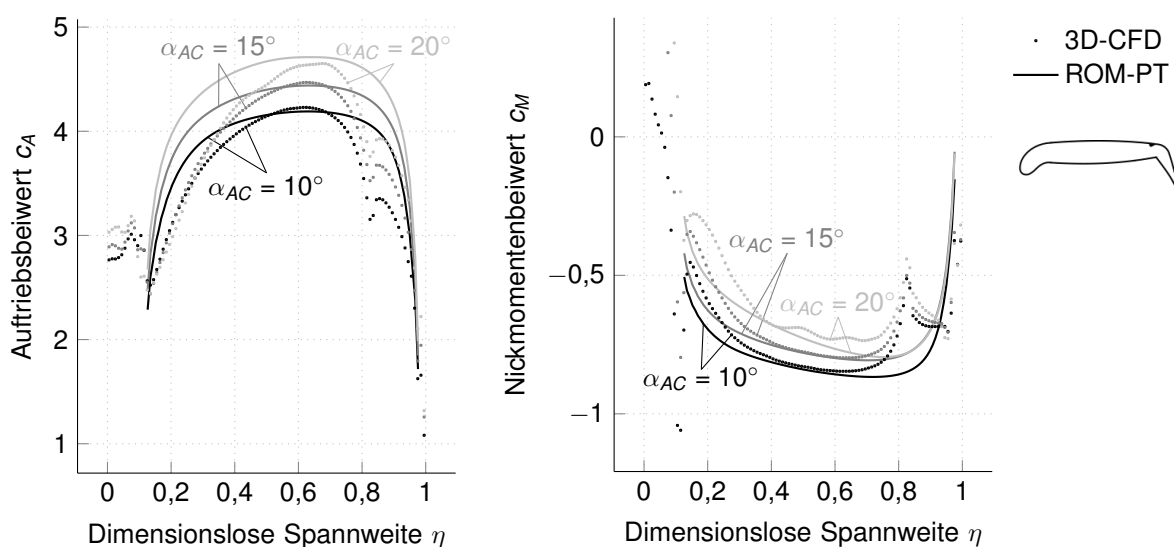


Abb. 4.42: Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte für das Profil mit Senknase bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_{\mu} = 0,03$

Wirbel, der sich am Übergang zwischen Rumpf und Tragflügel mit Senknase bildet, eine große räumliche Ausdehnung hat. Dieses wird in der Traglinientheorie nicht berücksichtigt, womit sich die Abweichungen der Auftriebsverteilungen in Rumpfnähe in Abbildung 4.42 erklären lassen. Mit steigendem Anstellwinkel pflanzt sich die Einwirkung des Rumpfwirbels fort und die Abweichungen nehmen zu. Unter Berücksichtigung dieser Schwächen ist die Verteilung der Nickmomentenbeiwerte gut approximiert.

In Abbildung 4.43 zeigt sich eine Differenz der Auftriebsverteilungen, die mit zunehmendem Anstellwinkel wächst. Analog zu Abbildung 4.36 scheint der zusätzliche Abwind im Bereich der Superzirkulation nicht nur vom Impulswert, sondern auch vom Anstellwinkel abhängig zu sein. Dieser Einfluss wird jedoch weiterhin nicht berücksichtigt. Die Nickmomentenverteilung ist mit der Wahl der empirischen Werte gut approximiert.

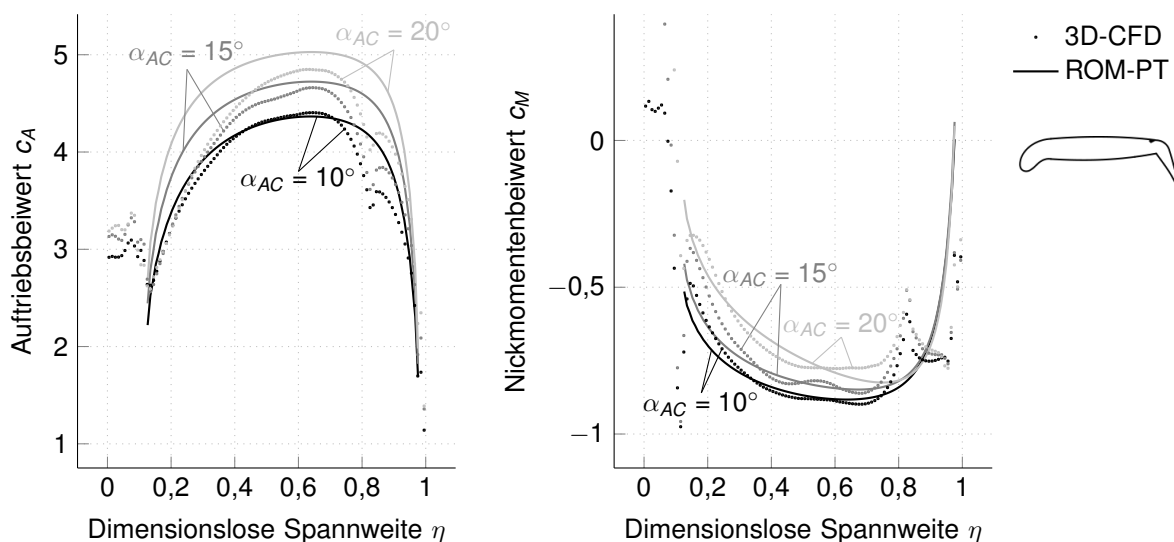


Abb. 4.43: Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte für das Profil mit Senknase bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_{\mu} = 0,04$

4.3.2 Erweiterung um Zwischenwirbel und Triebwerkseffekte

Randwirbel alleine reichen für die Approximation der spannweitigen Auftriebsverteilungen nicht aus. Der bisherige Ansatz ist schematisch in Abbildung 4.44 skizziert.

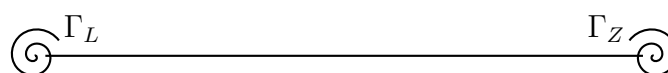


Abb. 4.44: Schematische Darstellung der Randwirbel

Um den Einfluss von Wirbeln entlang des Flügels zu berücksichtigen, wird der Ansatz erweitert. Dafür wird der Flügel gedanklich an jeder Stelle, an der ein zusätzlicher Wirbel angreift, aufgetrennt und jeweils Randwirbel vorgesehen. Das Schema in Abbildung 4.45 folgt daraus.

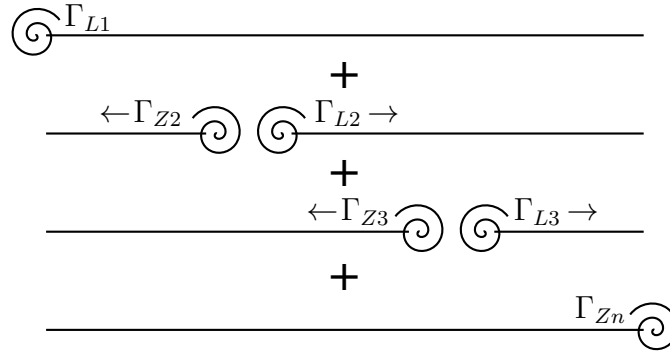


Abb. 4.45: Schematische Darstellung von Rand- und Zwischenwirbeln

Mit dieser Herangehensweise ist die Platzierung beliebig vieler Wirbel entlang des Flügels möglich. Je nachdem, ob der Streifen i vor oder hinter dem zusätzlichen Wirbel v liegt, wird der Wirbel entweder als ein Wirbel am rechten oder ein Wirbel am linken Rand angesehen. Gleichung (4.48) wird somit für beliebig viele Wirbel

$$w_{i,i} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\gamma_{t,j} b_j}{\eta_i - \eta_j} + f_c(c_\mu - c_{\mu_{\text{opt}}}) + \sum_{v=1}^{v_{\text{max}}} \begin{cases} \frac{\gamma_{\Gamma v} \Gamma_{Zv}}{4\pi b_h (\eta_v - \eta_i)} & \text{für } \eta_i < \eta_v \\ \frac{\gamma_{\Gamma v} \Gamma_{Lv}}{4\pi b_h (\eta_i - \eta_v)} & \text{für } \eta_i > \eta_v \end{cases} \quad (4.57)$$

verallgemeinert. Die partiellen Ableitungen des Residuums sind in Anhang A.1.1 angegeben.

Die Anordnung eines Zwischenwirbels der Größe $0,15\Gamma_v$ bei 83% der Spannweite führt zu den Auftriebs- und Nickmomentenverteilungen in Abbildung 4.46 und 4.47. Im Vergleich zu den Auftriebsverteilungen ohne Zwischenwirbel (Abb. 4.42 und 4.43) ist zu sehen, dass der Einfluss des Zwischenwirbels nicht nur zu dem Einbruch bei 83% der Spannweite führt, sondern

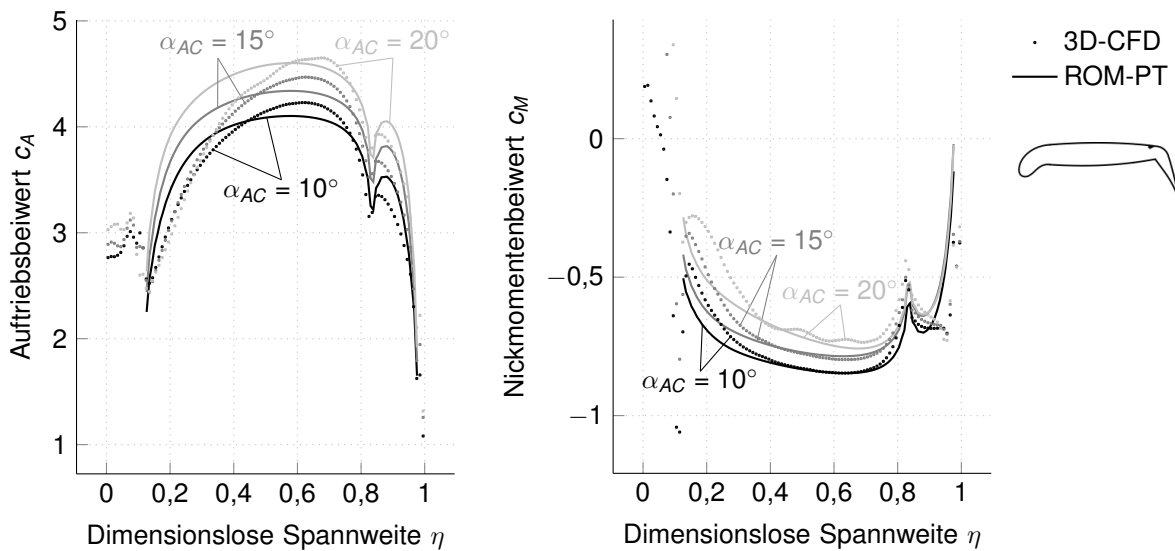


Abb. 4.46: Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte mit Zwischenwirbel für das Profil mit Senknase bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_\mu = 0,03$

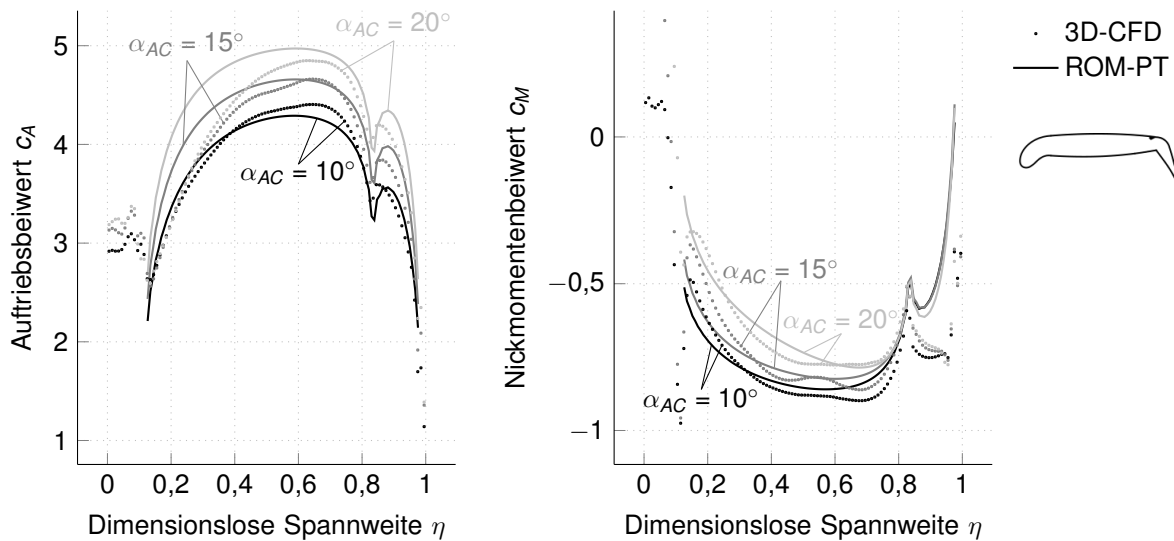


Abb. 4.47: Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte mit Zwischenwirbel für das Profil mit Senknase bei verschiedenen Anstellwinkeln und $c_{\mu} = 0,04$

auch den maximalen Auftrieb in der Mitte der Spannweite senkt. Die Auftriebsverteilung bei einem Impulsbeiwert von 0,03 werden zum Teil unterschätzt, während die Approximation der Auftriebsverteilung bei einem Impulsbeiwert von 0,04 verbessert ist. Als Nachlaufrechnung zeigt die Nickmomentenverteilung bei einem Impulsbeiwert von 0,03 eine sehr gute Annäherung; diejenige bei einem Impulsbeiwert von 0,04 unterschätzt die Nickmomentenbeiwerte der Strömungssimulationen geringfügig.

Die Einwirkungen des Turboprop-Triebwerks gehen über zusätzliche Wirbel hinaus. Zum Einen ist die Strömungsgeschwindigkeit im Propellerstrahl erhöht, zum Anderen wird die Luft abgelenkt und somit der lokale Anstellwinkel beeinflusst [104]. Abbildung 4.48 zeigt schematisch,

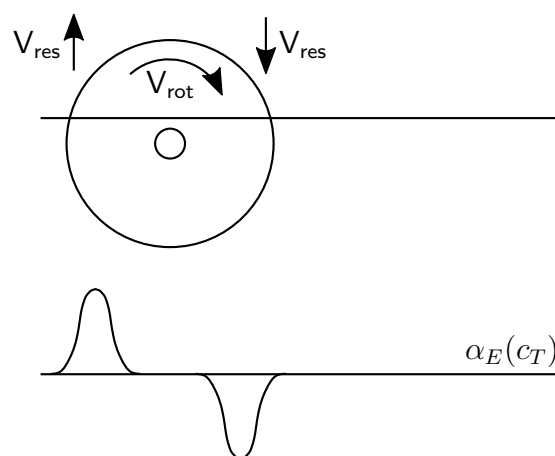


Abb. 4.48: Schematische Darstellung des Einflusses des Turboprop-Triebwerks auf den lokalen Anstellwinkel

wie der Verlauf des Anstellwinkels infolge Triebwerkeinfluss α_E anzunehmen ist. Als Kennwert wird dafür der dimensionslose Schubbeiwert c_T

$$c_T = \frac{T}{q_\infty S} \quad (4.58)$$

verwendet, der analog zu den dimensionslosen Beiwerten in Gleichung (2.21) die Schubkraft T beschreibt.

Die Position und Größe zusätzlicher Wirbel und der Einfluss des Triebwerks auf den Anstellwinkel orientieren sich an 3D Strömungssimulationen [53, 54]. In [53] sind Strömungslinien für den Flügel der REF 2 mit Senknase bei einem Anstellwinkel von 6° dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass sich die Strömungslinien, wenn kein Schub aufgebracht wird, hinter dem Triebwerk in zwei Strängen bündeln. Dies macht sich in Abbildung 4.49 mit dem Anstieg des Auftriebsbeiwertes im Bereich von 30% bis 40% der Spannweite bemerkbar und ist im Modell mit der zusätzlichen Zirkulation nach Gleichung (4.57) berücksichtigt. Die Strömungslinien mit aufgebrachtem Schub zeigen einen zusätzlichen Wirbel auf Höhe der Propelleraußenseite, welcher zu dem Einbruch in der Auftriebsverteilung bei 58% der Spannweite führt (vgl. Abb. 4.49). Darstellungen der Wirbelbildung für die REF 2 ohne Senknase sind in [54] zu finden. Neben den zusätzlichen Wirbeln ist bei der Verteilung mit Schub auch der Einfluss des Triebwerks auf den Anstellwinkel zu erkennen.

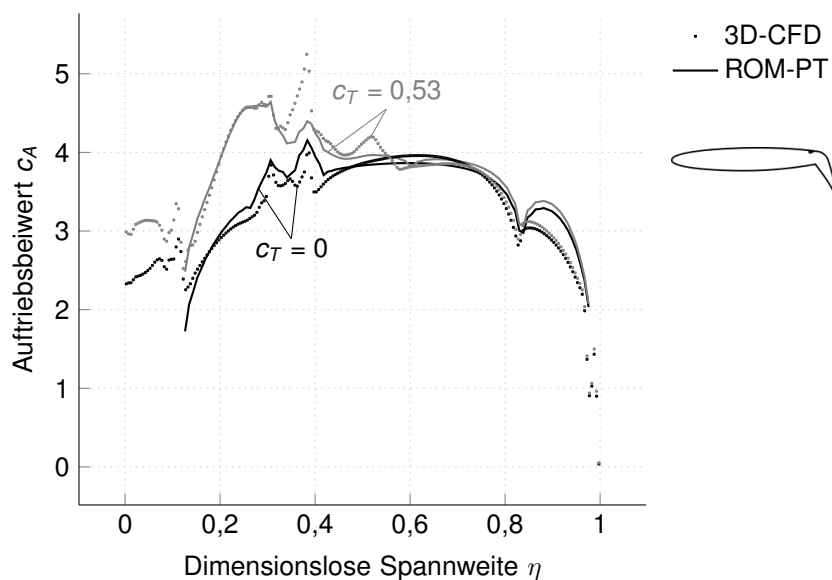


Abb. 4.49: Vergleich der Auftriebsverteilung für verschiedene Schubbeiwerte c_T bei $\alpha_{AC} = 6^\circ$ und $c_\mu = 0,03$

Grundsätzlich ist festzuhalten, dass das Turboprop-Triebwerk zu einer komplexen Umströmung des Flügels führt. Insbesondere die Berücksichtigung der Sprünge in der Auftriebsverteilung direkt am Triebwerk stellt sich als schwierig heraus, sodass Kompromisse in der Genauigkeit zugunsten eines numerisch stabilen Verfahrens gemacht werden.

Die Verteilung der Nickmomentenbeiwerte in Abbildung 4.50 zeigt im Bereich des Triebwerks Einbrüche. In einem ersten Ansatz wird dieses Verhalten mit einer abschnittswisen Anpassung des induzierten Nullmomentenbeiwertes und der induzierten Neutralpunktlage (vgl. Gl. (4.55)) abgebildet. Die Verteilung mit einem Schubbeiwert von 0,53 zeigt zudem verstärkt negative Nickmomentenbeiwerte im Einflussbereich des Propellerstrahls. Dieser Einfluss wird nicht erfasst.

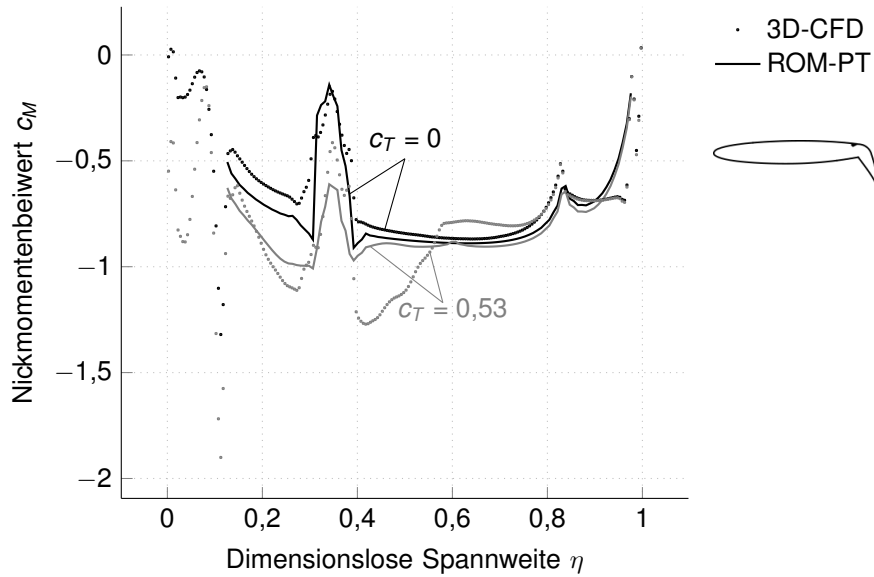


Abb. 4.50: Vergleich der Nickmomentenverteilung für verschiedene Schubbeiwerte c_T bei $\alpha_{AC} = 6^\circ$ und $c_\mu = 0,03$

4.3.3 Integration in das reduzierte Modell

Die Integration der 3D-Korrektur in das reduzierte Modell erfolgt über den induzierten Anstellwinkel α_i , siehe [57]. Die reduzierte Modellgleichung wird erweitert, sodass die induzierten Anstellwinkel α_i als zusätzliche Freiheitsgrade im reduzierten Modell verwendet werden

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\alpha}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_q & -\mathbf{D}_{q\alpha_i} \\ \mathbf{D}_{\alpha_i q} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\alpha}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_0^2 - \mathbf{K}_q & -\mathbf{K}_{q\alpha_i} \\ \mathbf{K}_{\alpha_i q} & \mathbf{K}_{\alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \alpha_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} + \mathbf{L}_0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (4.59)$$

Die erste Zeile enthält die virtuelle Arbeit δA_A , die Auftriebskraft A und Nickmoment M auf der virtuellen Verschiebung δh und der virtuellen Verdrehung $\delta \alpha_{el}$ leisten:

$$\delta A_A = \delta \mathbf{h}^T \mathbf{A} + \delta \alpha_{el}^T \mathbf{M}. \quad (4.60)$$

Die Kräfte sind dabei abhängig vom effektiven Anstellwinkel α_e , von der Winkelgeschwindigkeit

$$\dot{\alpha}_e = \dot{\alpha}_{AC} + \dot{\alpha}_{el} - \dot{\alpha}_i \quad (4.61)$$

4 Aerodynamik

und der Hubgeschwindigkeit \dot{h} . Für den Auftrieb liegt die Linearisierung um den Arbeitspunkt α_{e0} zugrunde, womit

$$c_A(\alpha_e) = c_A(\alpha_{e0}) + \frac{\partial c_A(\alpha_{e0})}{\partial \alpha_{el}} \alpha_{el} + \frac{\partial c_A(\alpha_{e0})}{\partial \alpha_i} \alpha_i + \frac{\partial c_A(\alpha_{e0})}{\partial \dot{\alpha}_{el}} \dot{\alpha}_{el} + \frac{\partial c_A(\alpha_{e0})}{\partial \dot{\alpha}_i} \dot{\alpha}_i + \frac{\partial c_A(\alpha_{e0})}{\partial \dot{h}} \dot{h}. \quad (4.62)$$

Die Ableitung des Auftriebsbeiwertes nach dem induzierten Anstellwinkel α_i ist

$$\frac{\partial c_A(\alpha_{AC} + \alpha_g + \alpha_{el} - \alpha_i)}{\partial \alpha_i} = -c_{A,\alpha} \quad (4.63)$$

und jene nach dem elastischen Anstellwinkel α_{el}

$$\frac{\partial c_A(\alpha_{AC} + \alpha_g + \alpha_{el} - \alpha_i)}{\partial \alpha_{el}} = c_{A,\alpha}, \quad (4.64)$$

sodass

$$c_A(\alpha_e) = c_A(\alpha_{e0}) + c_{A,\alpha}|_{\alpha_{e0}} \alpha_{el} - c_{A,\alpha}|_{\alpha_{e0}} \alpha_i + c_{A,\dot{\alpha}}|_{\alpha_{e0}} \dot{\alpha}_{el} - c_{A,\dot{\alpha}}|_{\alpha_{e0}} \dot{\alpha}_i + c_{A,\dot{h}}|_{\alpha_{e0}} \dot{h}. \quad (4.65)$$

Für das Nickmoment geschieht die Linearisierung um die stationäre Nickmomentenverteilung

$$c_{M03D} = c_M(\alpha_0) + c_{Mi0} + \frac{x_{Ni}}{l(\eta)} (c_A(\alpha_e) - c_A(\alpha_0)), \quad (4.66)$$

sodass

$$c_{M3D} = c_{M03D} + \frac{\partial c_{M03D}}{\partial \alpha_{el}} \alpha_{el} + \frac{\partial c_{M03D}}{\partial \alpha_i} \alpha_i + \frac{\partial c_{M03D}}{\partial \dot{\alpha}_{el}} \dot{\alpha}_{el} + \frac{\partial c_{M03D}}{\partial \dot{\alpha}_i} \dot{\alpha}_i + \frac{\partial c_{M03D}}{\partial \dot{h}} \dot{h} \quad (4.67)$$

$$= c_{M03D} + c_{M03D,\alpha} \alpha_{el} - c_{M03D,\alpha} \alpha_i + c_{M03D,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_{el} - c_{M03D,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_i + c_{M03D,\dot{h}} \dot{h} \quad (4.68)$$

mit

$$c_{M03D,\alpha} = c_{M,\alpha}|_{\alpha_0} + \frac{x_{Ni}}{l(\eta)} (c_{A,\alpha}|_{\alpha_e} - c_{A,\alpha}|_{\alpha_0}), \quad (4.69)$$

$$c_{M03D,\dot{\alpha}} = c_{M,\dot{\alpha}}|_{\alpha_0} + \frac{x_{Ni}}{l(\eta)} (c_{A,\dot{\alpha}}|_{\alpha_e} - c_{A,\dot{\alpha}}|_{\alpha_0}) \quad \text{und} \quad (4.70)$$

$$c_{M03D,\dot{h}} = c_{M,\dot{h}}|_{\alpha_0} + \frac{x_{Ni}}{l(\eta)} (c_{A,\dot{h}}|_{\alpha_e} - c_{A,\dot{h}}|_{\alpha_0}). \quad (4.71)$$

Mit den schematischen Steifigkeitsmatrizen $\mathbf{K}_{A,\alpha}$ und $\mathbf{K}_{M,\alpha}$ und Dämpfungsmatrizen $\mathbf{D}_{A,\dot{\mathbf{h}}}$ und $\mathbf{D}_{M,\dot{\mathbf{h}}}$ bzw. $\mathbf{D}_{A,\dot{\alpha}}$ und $\mathbf{D}_{M,\dot{\alpha}}$ ergibt sich die virtuelle Arbeit zu

$$\begin{aligned} \delta A_A = \delta \mathbf{h}^T & \left\{ \mathbf{A}_0(\alpha_{e0}) + \mathbf{K}_{A,\alpha} \alpha_{el} - \mathbf{K}_{A,\alpha} \alpha_i \right. \\ & \left. + \mathbf{D}_{A,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_{el} - \mathbf{D}_{A,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_i + \mathbf{D}_{A,\dot{\mathbf{h}}} \dot{\mathbf{h}} \right\} \\ & + \delta \alpha_{el}^T \left\{ \mathbf{M}_{0_{3D}} + \mathbf{K}_{M,\alpha} \alpha_{el} - \mathbf{K}_{M,\alpha} \alpha_i \right. \\ & \left. + \mathbf{D}_{M,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_{el} - \mathbf{D}_{M,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_i + \mathbf{D}_{M,\dot{\mathbf{h}}} \dot{\mathbf{h}} \right\} . \end{aligned} \quad (4.72)$$

Die Strukturfreiheitsgrade in Form der Durchbiegung \mathbf{h} bzw. Verdrehung α_{el} des Flügels werden mithilfe der Modalmatrizen \mathbf{X}_h und \mathbf{X}_α im Raum der generalisierten Koordinaten \mathbf{q} abgebildet. Somit gilt für die physikalischen Verformungen

$$\mathbf{h} = \mathbf{X}_h \mathbf{q}_h, \quad \alpha_{el} = \mathbf{X}_\alpha \mathbf{q}_\alpha \quad (4.73)$$

mit

$$\mathbf{q}_h = \mathbf{q}_\alpha = \mathbf{q} \quad (4.74)$$

und analog für die virtuellen Verformungen

$$\delta \mathbf{h} = \mathbf{X}_h \delta \mathbf{q}, \quad \delta \alpha_{el} = \mathbf{X}_\alpha \delta \mathbf{q}. \quad (4.75)$$

Damit wird Gleichung (4.72) zu

$$\begin{aligned} \delta A_A = \delta \mathbf{q}^T \mathbf{X}_h^T & \left\{ \mathbf{A}_0(\alpha_{e0}) + \mathbf{K}_{A,\alpha} \mathbf{X}_\alpha \mathbf{q} - \mathbf{K}_{A,\alpha} \alpha_i \right. \\ & \left. + \mathbf{D}_{A,\dot{\alpha}} \mathbf{X}_\alpha \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{D}_{A,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_i + \mathbf{D}_{A,\dot{\mathbf{h}}} \mathbf{X}_h \dot{\mathbf{q}} \right\} \\ & + \delta \mathbf{q}^T \mathbf{X}_\alpha^T \left\{ \mathbf{M}_{0_{3D}} + \mathbf{K}_{M,\alpha} \mathbf{X}_\alpha \mathbf{q} - \mathbf{K}_{M,\alpha} \alpha_i \right. \\ & \left. + \mathbf{D}_{M,\dot{\alpha}} \mathbf{X}_\alpha \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{D}_{M,\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_i + \mathbf{D}_{M,\dot{\mathbf{h}}} \mathbf{X}_h \dot{\mathbf{q}} \right\} \end{aligned} \quad (4.76)$$

und mit

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{X}_h^T \mathbf{A}_0(\alpha_{e0}) + \mathbf{X}_\alpha^T \mathbf{M}_{0_{3D}} \quad (4.77)$$

$$\mathbf{K}_\alpha = \mathbf{X}_h^T \mathbf{K}_{A,\alpha} + \mathbf{X}_\alpha^T \mathbf{K}_{M,\alpha} \quad (4.78)$$

$$\mathbf{K}_{\alpha_i} = - [\mathbf{X}_h^T \mathbf{K}_{A,\alpha} + \mathbf{X}_\alpha^T \mathbf{K}_{M,\alpha}] = -\mathbf{K}_\alpha \quad (4.79)$$

$$\mathbf{D}_{\dot{\mathbf{h}}} = \mathbf{X}_h^T \mathbf{D}_{A,\dot{\mathbf{h}}} + \mathbf{X}_\alpha^T \mathbf{D}_{M,\dot{\mathbf{h}}} \quad (4.80)$$

$$\mathbf{D}_{\dot{\alpha}} = \mathbf{X}_h^T \mathbf{D}_{A,\dot{\alpha}} + \mathbf{X}_\alpha^T \mathbf{D}_{M,\dot{\alpha}} \quad (4.81)$$

$$\mathbf{D}_{\dot{\alpha}_i} = - [\mathbf{X}_h^T \mathbf{D}_{A,\dot{\alpha}} + \mathbf{X}_\alpha^T \mathbf{D}_{M,\dot{\alpha}}] = -\mathbf{D}_{\dot{\alpha}} \quad (4.82)$$

zu

$$\delta A_A = \delta \mathbf{q}^T \left\{ \mathbf{L}_0 + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\alpha \mathbf{X}_\alpha & -\mathbf{K}_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \alpha_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\dot{\alpha}} \mathbf{X}_\alpha + \mathbf{D}_{\dot{h}} \mathbf{X}_h & -\mathbf{D}_{\dot{\alpha}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\alpha}_i \end{bmatrix} \right\}. \quad (4.83)$$

Die zweite Zeile von Gleichung (4.59)

$$\mathbf{D}_{\alpha_i \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{\alpha_i \mathbf{q}} \mathbf{q} + \mathbf{K}_{\alpha_i} \alpha_i = 0 \quad (4.84)$$

enthält die Gleichungen der PRANDTL'schen Traglinientheorie, wobei die Freiheitsgrade auf den induzierten Anstellwinkel α_i reduziert sind. Allgemein gilt

$$\alpha_i = \arctan \left(\frac{1}{8\pi b_h} \int_{-1}^1 \frac{1}{(\eta - \eta')} \frac{\partial}{\partial \eta} (l' c_A(\delta_{fl, c_\mu, \alpha'_0} - \alpha'_i)) d\eta' \right). \quad (4.85)$$

Der Term \mathbf{K}_{α_i} in Gleichung (4.59) ist die Steifigkeitsmatrix und enthält somit die partiellen Ableitungen des Residuums des induzierten Anstellwinkels an jedem Streifen nach dem induzierten Anstellwinkel an jedem Streifen

$$k_{ij} = \frac{\partial r_{\alpha_i, j}}{\partial \alpha_{i, j}} \quad \text{mit} \quad r_{\alpha_i, j} = \alpha_{i, i} - \arctan \left(\frac{w_{i, j}}{V_\infty} \right), \quad (4.86)$$

wobei für $j = i$

$$k_{ii} = \frac{\partial \alpha_{i, i}}{\partial \alpha_{i, i}} - \frac{\partial}{\partial \alpha_{i, i}} \arctan \left(\frac{w_{i, i}}{V_\infty} \right) = 1 - \frac{\partial}{\partial \alpha_{i, i}} \arctan \left(\frac{w_{i, i}}{V_\infty} \right) \quad (4.87)$$

und für $j \neq i$

$$k_{ij} = \frac{\partial \alpha_{i, i}}{\partial \alpha_{i, j}} - \frac{\partial}{\partial \alpha_{i, j}} \arctan \left(\frac{w_{i, j}}{V_\infty} \right) = 0 - \frac{\partial}{\partial \alpha_{i, j}} \arctan \left(\frac{w_{i, j}}{V_\infty} \right) \quad (4.88)$$

gilt. Der endgültige Zusammenhang, und damit auch die Ableitung nach dem induzierten Anstellwinkel α_i , findet sich in der Beschreibung des Auftriebsbeiwertes, sodass

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{i, j}} \arctan \left(\frac{w_{i, j}}{V_\infty} \right) = \frac{-1}{1 + \left(\frac{w_{i, j}}{V_\infty} \right)^2} \frac{w_{i, j} \left(-c_{A, \alpha} \big|_{\alpha_{e0}} \right)}{V_\infty}. \quad (4.89)$$

Zudem hängt der induzierte Anstellwinkel auch von der elastischen Verformung des Flügels ab. Diesen Zusammenhang beschreibt die Tangentenmatrix $\mathbf{K}_{\alpha_i \alpha_{el}}$ mit der Ableitung des Residuums des induzierten Anstellwinkels nach dem elastischen Anstellwinkel an jedem Streifen

$$k_{ij} = \frac{\partial r_{\alpha_i, i}}{\partial \alpha_{el, j}}. \quad (4.90)$$

Hier gilt für $j = i$

$$k_{ii} = \frac{\partial \alpha_{i,i}}{\partial \alpha_{el,i}} - \frac{\partial}{\partial \alpha_{el,i}} \arctan \left(\frac{w_{i,i}}{V_\infty} \right) = 0 - \frac{\partial}{\partial \alpha_{el,i}} \arctan \left(\frac{w_{i,i}}{V_\infty} \right) \quad (4.91)$$

und für $j \neq i$

$$k_{ij} = \frac{\partial \alpha_{i,i}}{\partial \alpha_{el,j}} - \frac{\partial}{\partial \alpha_{el,j}} \arctan \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right) = 0 - \frac{\partial}{\partial \alpha_{el,j}} \arctan \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right) . \quad (4.92)$$

Analog zu Gleichung (4.89) folgt auch hier die schlussendliche Ableitung aus der Ableitung des Anstellwinkels, sodass

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{el,j}} \arctan \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right) = \frac{-1}{1 + \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right)^2} \frac{w_{i,j} \left(c_{A,\alpha} \big|_{\alpha_{e0}} \right)}{V_\infty} \quad (4.93)$$

gilt. Die partiellen Ableitungen sind detailliert in Anhang A.2 angegeben. Im Unterschied zu \mathbf{K}_{α_i} ist festzuhalten, dass die „1“ auf der Hauptdiagonalen entfallen (vgl. Gl. (4.87) und (4.91)) und sich aufgrund der Ableitung nach dem induzierten α_i bzw. elastischen α_{el} Anstellwinkel das Vorzeichen umkehrt (vgl. Gl. (4.89) und (4.93)). Somit gilt

$$\mathbf{K}_{\alpha_i} = \mathbf{I} - \mathbf{K}_{\alpha_i \alpha_{el}} . \quad (4.94)$$

Mit dem Ansatz aus Gleichung (4.73) gilt

$$\mathbf{K}_{\alpha_i \alpha_{el}} \alpha_{el} = \mathbf{K}_{\alpha_i \alpha_{el}} \mathbf{X}_\alpha \mathbf{q} \quad (4.95)$$

womit ersichtlich wird, dass

$$\mathbf{K}_{\alpha_i \mathbf{q}} = \mathbf{K}_{\alpha_i \alpha_{el}} \mathbf{X}_\alpha . \quad (4.96)$$

Die Dämpfungsterme für die induzierten Anstellwinkel sind sowohl von der zeitlichen Änderung des elastischen Anstellwinkels $\dot{\alpha}_{el}$ als auch von der Vertikalgeschwindigkeit \dot{h} abhängig. Mit Gleichung (4.73) folgt

$$\mathbf{D}_{\alpha_i \dot{\alpha}_{el}} \dot{\alpha}_{el} + \mathbf{D}_{\alpha_i \dot{h}} \dot{h} = \mathbf{D}_{\alpha_i \dot{\alpha}_{el}} \mathbf{X}_\alpha \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_{\alpha_i \dot{h}} \mathbf{X}_h \dot{\mathbf{q}} \quad (4.97)$$

womit

$$\mathbf{D}_{\alpha_i \mathbf{q}} = \mathbf{D}_{\alpha_i \dot{\alpha}_{el}} \mathbf{X}_\alpha + \mathbf{D}_{\alpha_i \dot{h}} \mathbf{X}_h . \quad (4.98)$$

5 Aeroelastik

Die Untersuchung des aeroelastischen Verhaltens eines Flügels mit Coandă-Klappe erfolgt entsprechend der bisherigen Erläuterungen an unterschiedlichen, aufeinander aufbauenden Systemen. Zunächst wird das Profilmodell von KRUKOW [57] hinsichtlich der ersten Biege- und der ersten Torsionsschwingung untersucht. Diese Betrachtung ermöglicht die direkte Anwendung der ermittelten stationären und instationären aerodynamischen Beiwerte. Es folgen Untersuchungen am Tragflügel ohne Triebwerk. Der Einfluss der Übertragung der 2D-Beiwerte auf die Flügelstruktur wird unter Anwendung der Streifentheorie deutlich. Dem gegenübergestellt erfolgen Untersuchungen mit der angepassten 3D-Korrektur nach PRANDTL. Zuletzt wird der Tragflügel mit angebundenem Triebwerk untersucht. Auch hier wird die Unterscheidung zwischen Streifen- und PRANDTL'scher Traglinientheorie getroffen. Zudem wird der Einfluss unterschiedlicher Schubbeiwerte auf die Aeroelastizität untersucht.

Die Darstellung erfolgt in Form von *Stabilitätskarten*. Ein Raster hinsichtlich der Anstellwinkel und Impulsbeiwerte unterschiedlicher Betriebspunkte wird systematisch untersucht. Das reduzierte Strukturmodell wird mit den Luftkraftmatrizen gekoppelt. Die Modal-Analyse des gekoppelten Systems liefert entsprechend Gleichung (2.9) eine Aussage über das Dämpfungs- und Schwingungsverhalten. Die Dämpfung δ ist an jedem untersuchten Punkt ausgewertet und in den Stabilitätskarten entsprechend eingefärbt. Neben den Stabilitätskarten ist eine Systemübersicht mit den wichtigsten Parametern angegeben. Unter anderem sind die Eigenkreisfrequenz der untersuchten Schwingung am ungedämpften System, die Luftkraftmatrizen L nach Streifentheorie (ST) oder PRANDTL'scher Traglinientheorie (PT) und die jeweils untersuchte Profilform gekennzeichnet.

5.1 Stabilität der Profilbewegung

Das in [57] vorgestellte Profilmodell ist ein System mit zwei Freiheitsgraden – Verdrehung α und Hubverschiebung h . Die Hubschwingung liegt bei einer Eigenkreisfrequenz von ungefähr 30 rad/s. Die Nickschwingung liegt bei einer Eigenkreisfrequenz von ungefähr 120 rad/s. Diese Werte entsprechen den Eigenkreisfrequenzen der zugehörigen Eigenschwingungsformen des Tragflügels in Abbildung 3.5. Das Profilmodell ist auf die Referenztiefe $l_\mu = 3,43$ m bezogen. Für die Hubschwingung wird somit eine reduzierte Frequenz von 1 und für die Torsionsschwingung eine reduzierte Frequenz von 4,04 angesetzt. Für die Untersuchung werden die Derivative aus den Abbildungen 4.11 und 4.17 bis 4.24 für das Aufstellen der Flattergleichung (2.42) mit zwei Freiheitsgraden

$$\mathbf{I} - \mathbf{D}_{qP} \dot{\mathbf{q}}_P + (\omega_{0P}^2 - \mathbf{K}_{qP}) \mathbf{q}_P \quad (5.1)$$

verwendet. Das Raster für die Untersuchung der Aeroelastizität deckt den Bereich, der in Kapitel 4 analysiert wurde, vollständig ab. Die Anstellwinkel für das Profil ohne Senknase variieren zwischen -30° und 6° . Für das Profil mit Senknase werden Anstellwinkel bis 16° untersucht.

Für die Hubschwingung sind die Auftriebsderivative infolge Hubimpuls links in Abbildung 4.17 bzw. 4.23 maßgebend. Die zugehörigen Stabilitätskarten sind in Abbildung 5.1 dargestellt. Links ist das Profil ohne, rechts das Profil mit Senknase untersucht. Werte kleiner als Null sprechen für eine selbsterregte Schwingung. Für diesen Bereich ist die Farbskala lila-rot gewählt. Werte größer als Null stehen hingegen für eine gedämpfte Schwingung und sind gelb-grün dargestellt.

Entsprechend der Auftriebsderivative ist die Bewegung für das Profil ohne Senknase beinahe im gesamten Bereich gedämpft. Je niedriger der Impulsbeiwert und der Anstellwinkel sind, desto geringer wird die Dämpfung, sodass bei -30° und einem Impulsbeiwert von 0,03 theoretisch eine minimale Anfachung vorliegt. Für das Profil mit Senknase ist hingegen ein großer Bereich mit angefachter Schwingung gekennzeichnet. Dieser ist direkt aus den Auftriebsderivativen ersichtlich. Für die reduzierte Frequenz von 1 zeigen sich in Abbildung 4.23 positive Auftriebsderivative zwischen -15° und -20° . Diese hängen nur geringfügig von dem Impulsbeiwert ab, sodass ein relativ konstanter Gefahrenbereich in Abbildung 5.1 vorhanden ist.

Für die Untersuchung der Torsionsschwingung bei einer reduzierten Frequenz von 4,04 sind die Nickmomentenderivative infolge Nickimpuls rechts in Abbildung 4.20 und 4.26 maßgebend. Sowohl das Profil ohne Senknase in Abbildung 5.2, links, als auch das Profil mit Senknase, rechts, ist für den gewählten Parameterbereich stabil. Da es sich um eine reine Torsionsschwingung handelt und die zugehörigen Derivative negativ sind, entsprechen die Ergebnisse den Erwartungen. Die Derivative, die potentiell eine selbsterregte Torsionsschwingung hervorrufen können, liegen bei deutlich geringeren Frequenzen.

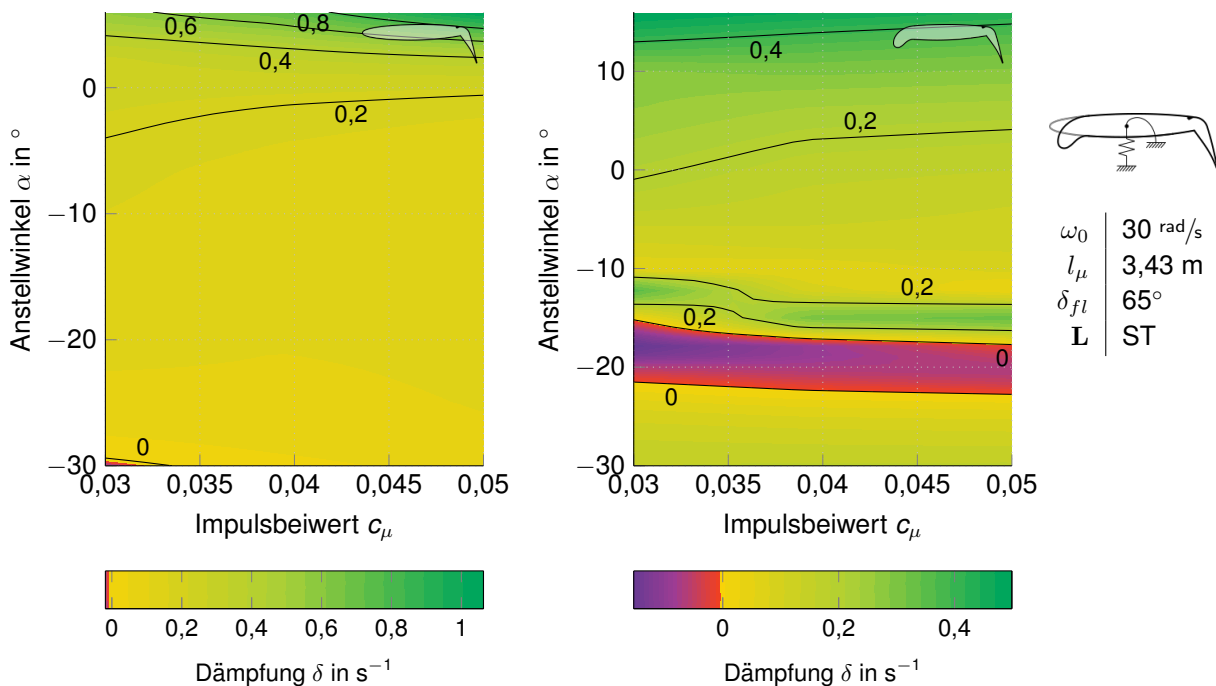


Abb. 5.1: Stabilitätskarten der Hubschwingung am Profil

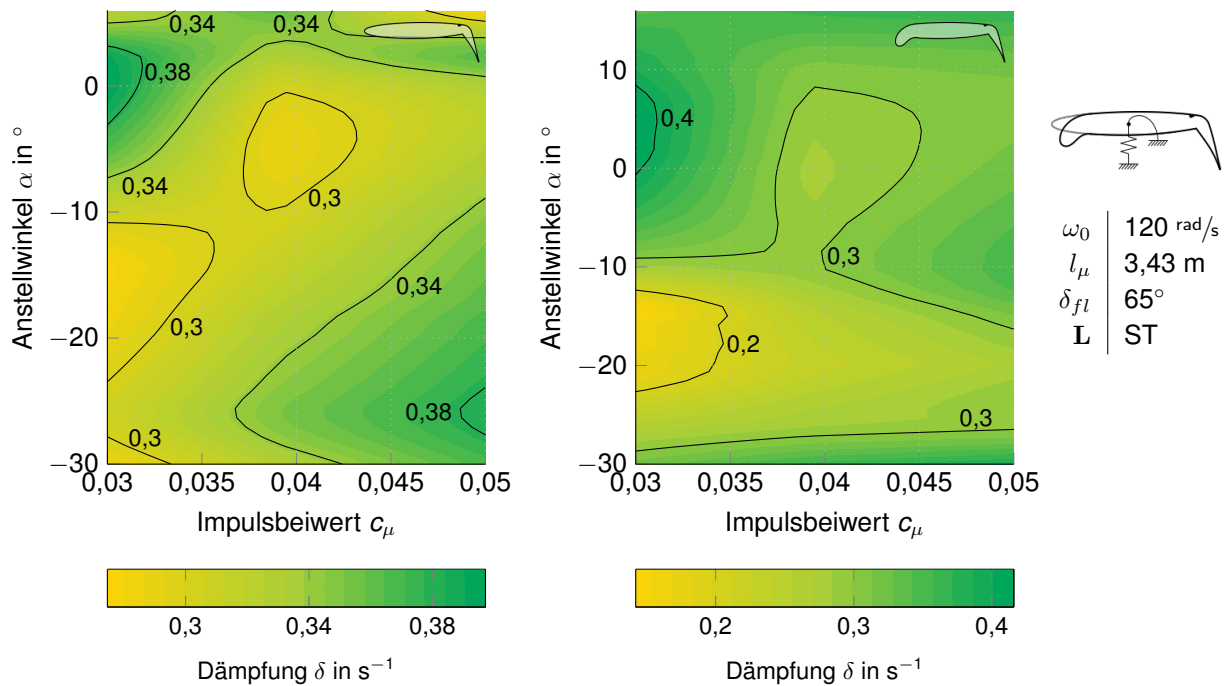


Abb. 5.2: Stabilitätskarten der Nickschwingung am Profil

5.2 Tragflügel ohne Triebwerk

Im Vergleich zu dem Profilmodell wird nun nicht mehr der Anstellwinkel α , sondern der globale Anstellwinkel des Flugzeugs α_{AC} als Parameter genutzt. Entsprechend der Darstellung in Abbildung 3.2 ist der Tragflügel von 0° an der Wurzel auf $-6,94^\circ$ an der Tragflügelspitze verwunden. Demnach ist für die Interpretation der nachfolgenden Ergebnisse nicht mehr ein konkreter Anstellwinkel, sondern ein Anstellwinkelbereich grundlegend. Zudem ist die reduzierte Frequenz und damit die instationäre Aerodynamik von der lokalen Flügeltiefe abhängig, sodass auch hier ein Frequenzbereich zugrunde liegt. Für die Untersuchung wird der Tragflügel in 50 Streifen mit je zwei Freiheitsgraden – Hub- und Nickbewegung – unterteilt. Die Aerodynamik wird zunächst unter Vernachlässigung der 3D Strömungseffekte mit der Streifentheorie bestimmt. Darauf folgen die Ergebnisse der Aerodynamik nach Streifentheorie und 3D-Korrektur.

5.2.1 Aerodynamik nach Streifentheorie

Die Untersuchungen des Tragflügels ohne Senknase schließen unter Anwendung der Streifentheorie die Anstellwinkel -15° bis 6° ein. Der Tragflügel mit Senknase wird bis 16° untersucht. Für die Untersuchung folgt die Flattergleichung (2.42) zu

$$\mathbf{I}_r - \mathbf{D}_{\mathbf{q}_{Fr}} \dot{\mathbf{q}}_{Fr} + (\omega_{0Fr}^2 - \mathbf{K}_{\mathbf{q}_{Fr}}) \mathbf{q}_{Fr} = 0. \quad (5.2)$$

Die Stabilitätskarten der ersten Biegeeigenschwingungsform des Tragflügels mit 23% Tankfüllung (vgl. Abb. 3.5) bei einer Eigenkreisfrequenz von ungefähr 25 rad/s sind in Abbildung 5.3 dargestellt. Entsprechend Tabelle 3.2 liegen die reduzierten Frequenzen zwischen 0,41 an der Flügelspitze und 1,06 an der Flügelwurzel. Für den Tragflügel ohne Senknase, links abgebildet, ergeben sich im gesamten Bereich positive Dämpfungsbeiwerte. Die rechts abgebildeten Ergebnisse für den Tragflügel mit Senknase zeigen hingegen zwei Gefahrenbereiche zwischen den Anstellwinkeln -15° und -8° . Unter Berücksichtigung der Verwindung des Tragflügels liegen die lokalen Anstellwinkel des Tragflügels in dem Bereich, der am Profil als gefährdet eingestuft wurde. Zudem wird eine Bandbreite an reduzierten Frequenzen für die Ermittlung der instationären aerodynamischen Kräfte verwendet. Abbildung 4.23 zeigt, dass für niedrige reduzierte Frequenzen bereits bei -10° positive Derivative resultieren. Im Vergleich zu Abbildung 5.1 ist der Bereich in zwei leicht versetzte Bereiche unterteilt. Im oberen Bereich bei niedrigen Impulsbeiwerten sind die instationären Kräfte der geringen reduzierten Frequenz, im unteren jene der höheren Frequenzen maßgebend für die Anfachung. Das Biegeflattern ist demnach auch am Tragflügel potentiell eine Gefahr.

Um zu verdeutlichen, weshalb die Tankfüllung bei der Betrachtung von Bedeutung ist, zeigt Abbildung 5.4 die Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung bei 100% Tankfüllung. Der maßgebende Einfluss ist bereits bei der Strukturparametrisierung in Abschnitt 3.3 mit Abbildung 3.9 verdeutlicht. Mit zunehmender Tankmasse sinkt die Eigenkreisfrequenz, sodass in Abbildung 5.4 die Derivative basierend auf einer Eigenkreisfrequenz von ungefähr 17 rad/s verwendet werden. Die reduzierten Frequenzen liegen dementsprechend zwischen 0,3 und 0,74.

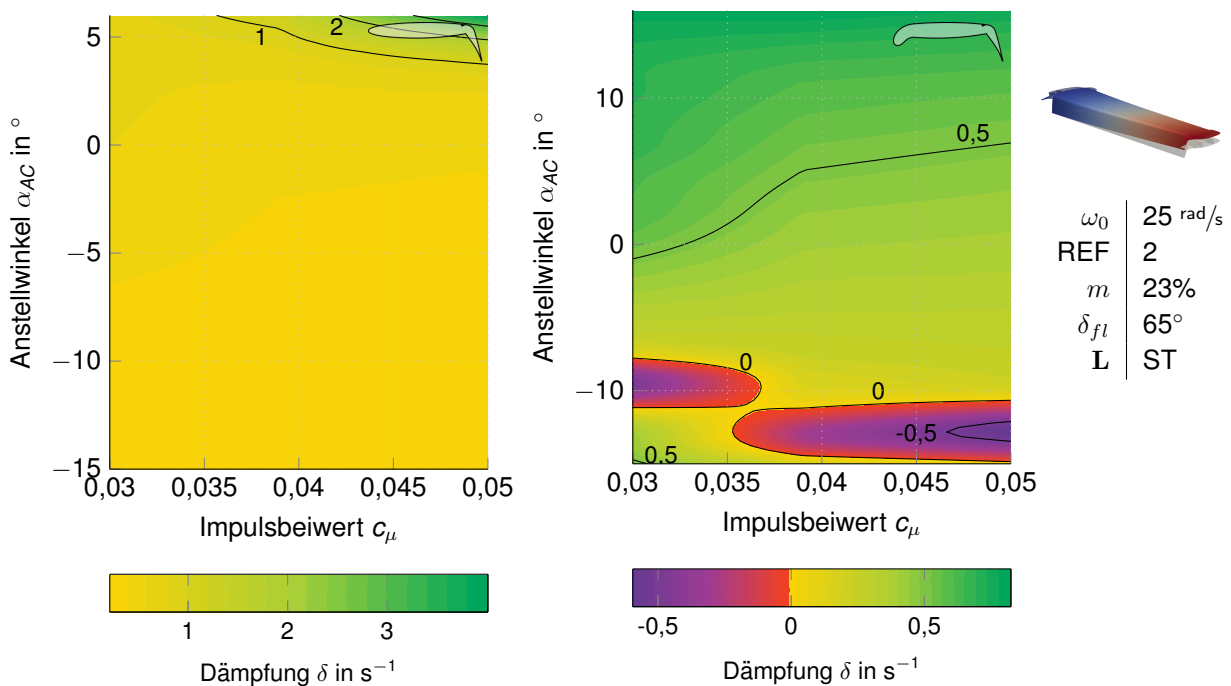


Abb. 5.3: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel ohne Triebwerk

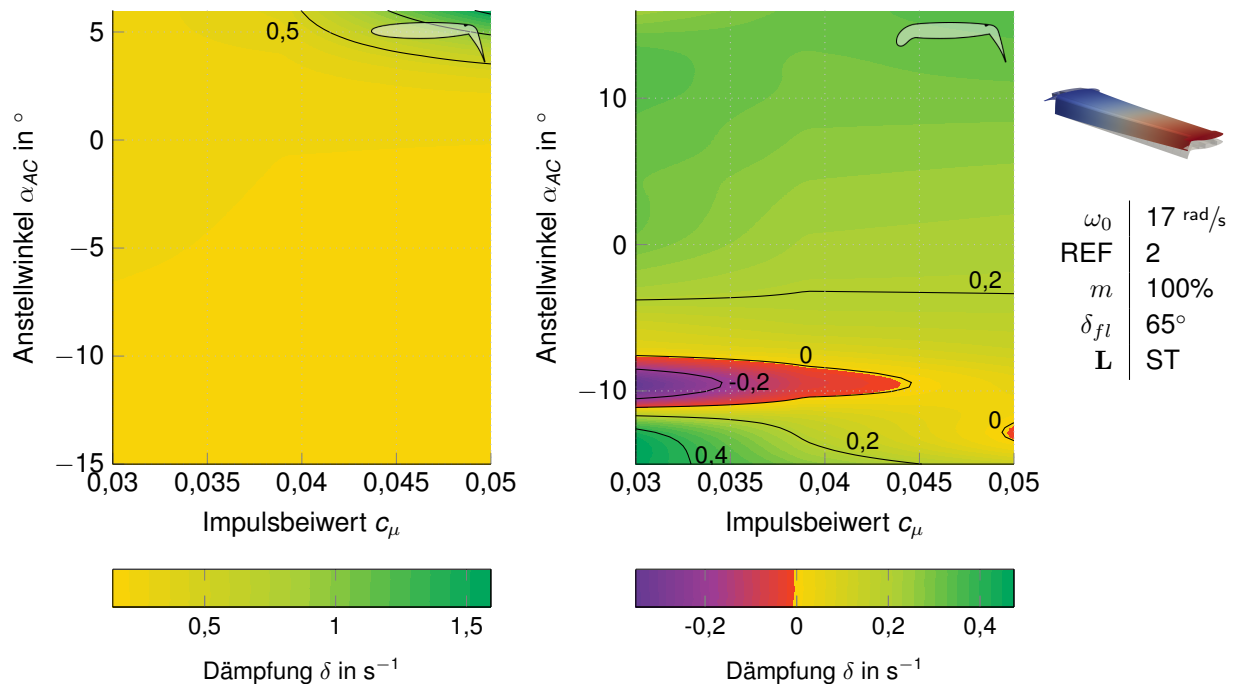


Abb. 5.4: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel ohne Triebwerk

Der Tragflügel ohne Senknase ist weiterhin im gesamten Untersuchungsgebiet stabil (links in Abb. 5.4). Das zuvor für die Eigenkreisfrequenz von 25 rad/s beschriebene Phänomen tritt am Tragflügel mit Senknase auch bei voll angesetzter Tankmasse auf (rechts in Abb. 5.4). Die instabilen Bereiche sind in Richtung höherer Impulsbeiwerte verschoben und auch hier sind die Werte im allgemeinen etwas kleiner als bei dem Tragflügel mit nur 23% Tankfüllung.

Die erste Torsionsschwingung des Tragflügels ohne Triebwerk und mit 23% der Tankmasse liegt bei einer Eigenkreisfrequenz von 122 rad/s (vgl. Abb. 3.5). Mit 100% Tankmasse verringert sich die Eigenkreisfrequenz auf ungefähr 115 rad/s. Die reduzierten Frequenzen liegen demnach zwischen 1,9 bei 100% Tankmasse an der Flügelspitze und 5,31 bei 23% Tankmasse an der Flügelwurzel. Wie schon die Untersuchung am Profil zeigte, zeigt auch die Untersuchung am Tragflügel keine Instabilitäten für die reine Torsionsschwingung. Auf die Darstellung der Stabilitätskarten wird daher verzichtet. Auch die Untersuchung für die Schwingungsform der zweiten Biegung bei einer Eigenkreisfrequenz von 75 rad/s zeigt keine Instabilitäten. Für höhere Frequenzen nimmt die Stabilität des Flügels entsprechend der Derivative weiter zu, sodass auch bei den höheren Schwingungsformen keine Instabilitäten nach Streifentheorie auftreten.

5.2.2 Aerodynamik nach Streifentheorie mit 3D-Korrektur

Wie aus den Erläuterungen in Abschnitt 4.3 hervorgeht, bildet die Streifentheorie die 3D-Effekte der Tragflügelumströmung nicht ab. Unter Berücksichtigung der Kräfte nach der Trag-

linientheorie wird die Gleichung (4.59) am Tragflügel ohne Triebwerk aufgestellt

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{Fr} \\ \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{\mathbf{q}_{Fr}} & -\mathbf{D}_{\mathbf{q}_{Fr}\boldsymbol{\alpha}_i} \\ \mathbf{D}_{\boldsymbol{\alpha}_i\mathbf{q}_{Fr}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{Fr} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{0Fr}^2 - \mathbf{K}_{\mathbf{q}_{Fr}} & -\mathbf{K}_{\mathbf{q}_{Fr}\boldsymbol{\alpha}_i} \\ \mathbf{K}_{\boldsymbol{\alpha}_i\mathbf{q}_{Fr}} & \mathbf{K}_{\boldsymbol{\alpha}_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{Fr} \\ \boldsymbol{\alpha}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

und iterativ gelöst. Die Anwendung führt insbesondere an Flügelwurzel und Flügelspitze zu einer starken Abminderung der effektiven Anstellwinkel (vgl. Abb. 4.34). Aus diesem Grund wird nunmehr der Anstellwinkelbereich zwischen -5° und 6° für den Tragflügel ohne Senknase und bis zu 20° für den Tragflügel mit Senknase untersucht. Dabei sei daran erinnert, dass die Strömung am Tragflügel ohne Senknase bei 6° bereits abgelöst ist. Dieses Verhalten wird mit der Traglinientheorie nach Abschnitt 4.3 nicht abgebildet (vgl. Abb. 4.33). Für den Tragflügel mit Senknase zeigt sich hingegen keine derartige Einschränkung (vgl. Abb. 4.46).

In Abbildung 5.5 sind die Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung bei 23% Tankfüllung dargestellt. Für das Profil ohne Senknase zeigen sich unter Anwendung der 3D-Korrektur weiterhin keine gefährdeten Bereiche. Die Gefahrenbereiche des Tragflügels mit Senknase sind im Vergleich zu Abbildung 5.3 zu höheren Anstellwinkeln hin verschoben. Für beide Flügelformen trifft zu, dass die Dämpfungswerte mit Berücksichtigung der Traglinientheorie zum Teil deutlich größer sind.

Im Hinblick auf die erste Torsionsschwingung des Tragflügels zeigt Abbildung 5.6 die Stabilitätskarten mit Berücksichtigung der Traglinientheorie. Abweichend von den bisherigen Un-

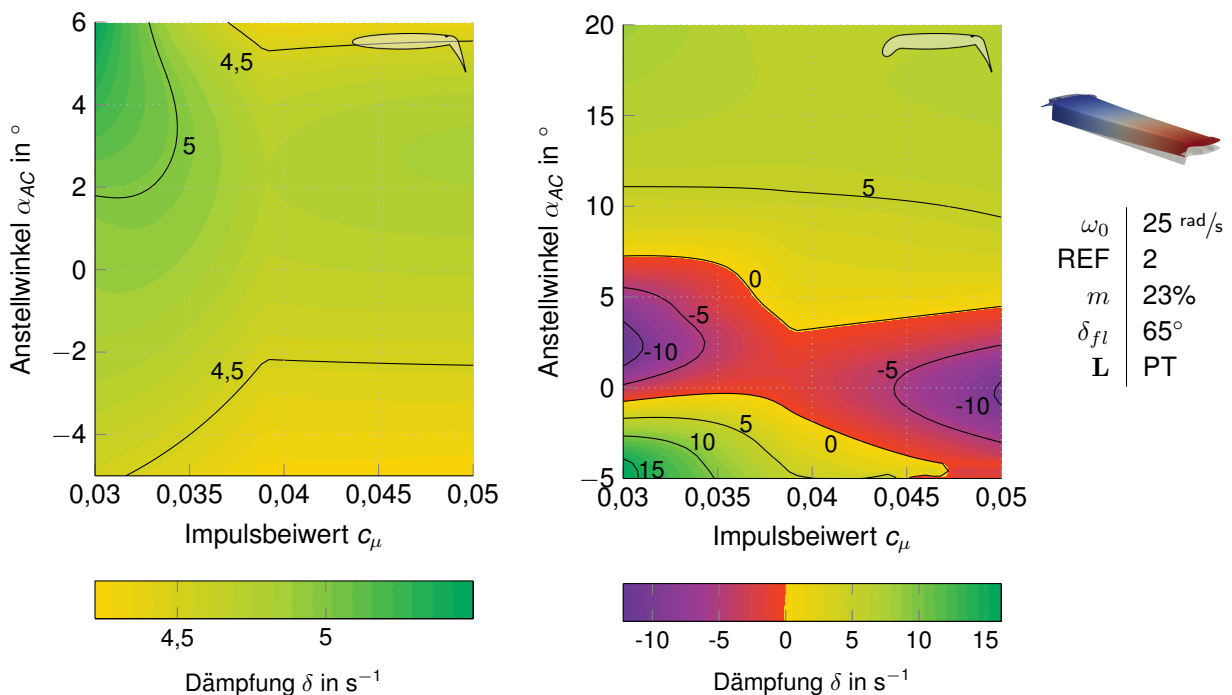


Abb. 5.5: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel

tersuchungen der Torsionsschwingung zeigt die Dämpfungsverteilung hier gefährdete Bereiche bei hohen Anstellwinkeln und großen Impulsbeiwerten. Während die Eigenkreisfrequenz der reinen Struktur und für die bisher beschriebenen Untersuchungen bei 122 rad/s lag, wird diese mit Berücksichtigung der Traglinientheorie auf 100 rad/s reduziert. Demnach liegen die reduzierten Frequenzen zwischen 1,6 und 4,4. In Abbildung 5.7 sind die Schwingungsmoden für den Tragflügel ohne (links) und mit Senknase (rechts) dargestellt, die nach abgeschlossener Iteration des Gleichungssystems (4.59) resultieren. Es handelt sich dabei weiterhin um Schwingungsformen mit großem Torsionsanteil. Der Vergleich mit der ursprünglichen Schwingungsform aus Abbildung 3.5 spricht dafür, dass die endgültigen Schwingungsformen auch Biegeanteil enthalten. Die angefachte Schwingungsform ist dementsprechend eine gekoppelte Biege-Torsionsschwingung. Darüber hinaus treten keine instabilen Schwingungsformen auf.

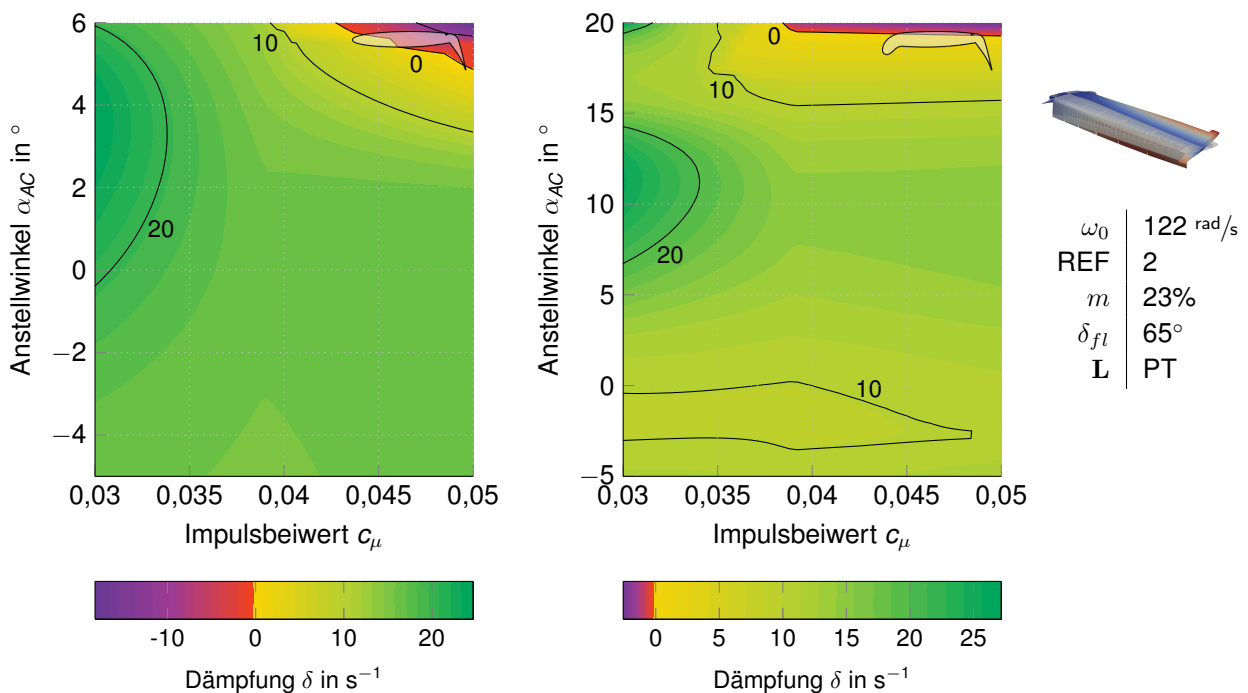


Abb. 5.6: Stabilitätskarten der ersten Torsionsschwingung am Tragflügel

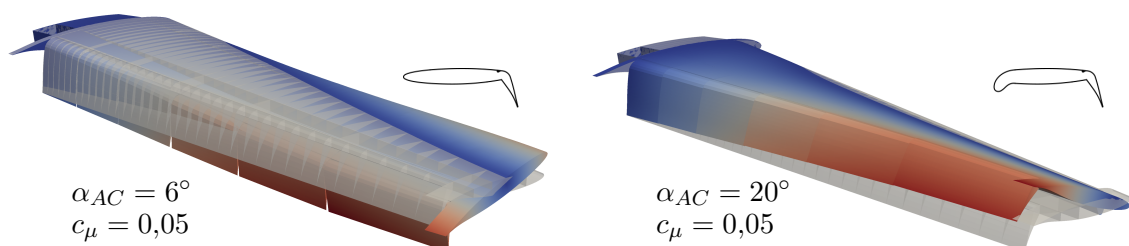


Abb. 5.7: Eigenschwingungsformen nach Gleichung 5.3

5.3 Tragflügel mit Triebwerk

Das Berücksichtigen des Triebwerks hat sowohl einen Einfluss auf die Struktur, als auch auf die Aerodynamik. Die Eigenschwingungsformen der Gesamtstruktur in Abbildung 3.3 zeigen, dass bei einer Tankfüllung von 23% keine reine Torsionsschwingung auftritt. Stattdessen sind gekoppelte Biege-Torsionsschwingungen zu erwarten. Als zweite Eigenschwingungsform ist eine zusätzliche, von dem Triebwerk induzierte, Biegeschwingung mit leichter Torsion erkennbar. Zunächst wird der Tragflügel unter Berücksichtigung der Kräfte nach Streifentheorie untersucht. Die spannweitig angesetzte Aerodynamik nach Streifentheorie aus Abschnitt 5.2 ändert sich mit der Anordnung des Triebwerks nicht. Wird jedoch ein Schubbeiwert für die Berücksichtigung des Triebwerksschubs angesetzt, so ist der zusätzliche Krafteintrag zu berücksichtigen. Darauf folgen Untersuchungen mit der Aerodynamik nach Traglinientheorie. Hier geht auch der Einfluss des Triebwerks auf die spannweitige Kraftverteilung mit in die Berechnungen ein (s. Abschnitt 4.3).

5.3.1 Aerodynamik nach Streifentheorie

Unter Berücksichtigung der Aerodynamik nach Streifentheorie sind lediglich die zwei Substrukturen Tragflügel und Triebwerk im Modalraum zu koppeln. Das Triebwerk wird dabei mit sechs Starrkörpermoden repräsentiert und nur mit der Schubkraft belastet. Eine Dämpfung der Triebwerksschwingung ist zunächst nicht vorgesehen. Entsprechend der Substrukturtechnik aus Abschnitt 2.1.2 folgt das zu untersuchende Gleichungssystem für die Strukturen Flügel F und Triebwerk E zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{Fr} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{Er} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{q_{Fr}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{Fr} \\ \dot{\mathbf{q}}_{Er} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{0Fr}^2 - \mathbf{K}_{q_{Fr}} & \mathbf{0} & (\mathbf{C}_F \hat{\mathbf{X}}_{Fr})^T \\ \mathbf{0} & \omega_{0Er}^2 - \mathbf{K}_{q_{Er}} & -(\mathbf{C}_E \hat{\mathbf{X}}_{Er})^T \\ \mathbf{C}_F \hat{\mathbf{X}}_{Fr} & -\mathbf{C}_E \hat{\mathbf{X}}_{Er} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{Fr} \\ \mathbf{q}_{Er} \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Die Ergebnisse der ersten Biegeschwingung des Tragflügels mit Triebwerk ohne Schub unterscheiden sich nicht bemerkenswert von jenen des Tragflügels ohne Triebwerk. Die Schwingung des Tragflügels ohne Senknase ist stabil. Mit Senknase zeigen sich erneut zwei instabile Bereiche, die mit jenen in Abbildung 5.3 vergleichbar sind. Auf die erneute Darstellung wird daher verzichtet. Die neu auftretende Schwingungsform, die von dem Triebwerk induziert ist, zeigt ohne Schubkraft weder für den Tragflügel ohne noch mit Senknase Instabilitäten. Auch die Schwingungsformen bei höheren Frequenzen sind ohne Schubkraft stabil.

Wird zusätzlich zu den Kräften nach Streifentheorie ein Schubbeiwert c_T für das Triebwerk angesetzt, wird die Schubkraft T entsprechend Gleichung (4.58) berechnet. In Abhängigkeit des

Anstellwinkels wird der resultierende Auftrieb am Triebwerk ermittelt und in den Modalraum transformiert. Die Kopplung erfolgt wie in Gleichung (5.4) formuliert. Abbildung 5.8 zeigt die Stabilitätskarten für die erste Biegeschwingung. Die Schwingung ist am Tragflügel ohne Senknase (links) ebenfalls über weite Bereiche gedämpft. Im Bereich von 0° treten für hohe Impulsbeiwerte Instabilitäten auf. Außerdem sinkt die Eigenkreisfrequenz der Biegeschwingung am Tragflügel ohne Senknase mit zunehmendem Anstellwinkel und Impulsbeiwert, sodass über 3° und einem Impulsbeiwert von 0,045 Divergenz auftritt. Dort, wo die Eigenkreisfrequenz auf Null zurückgeht, ist kein Dämpfungskoeffizient δ angegeben. Wie in Abschnitt 2.3.1 beschrie-

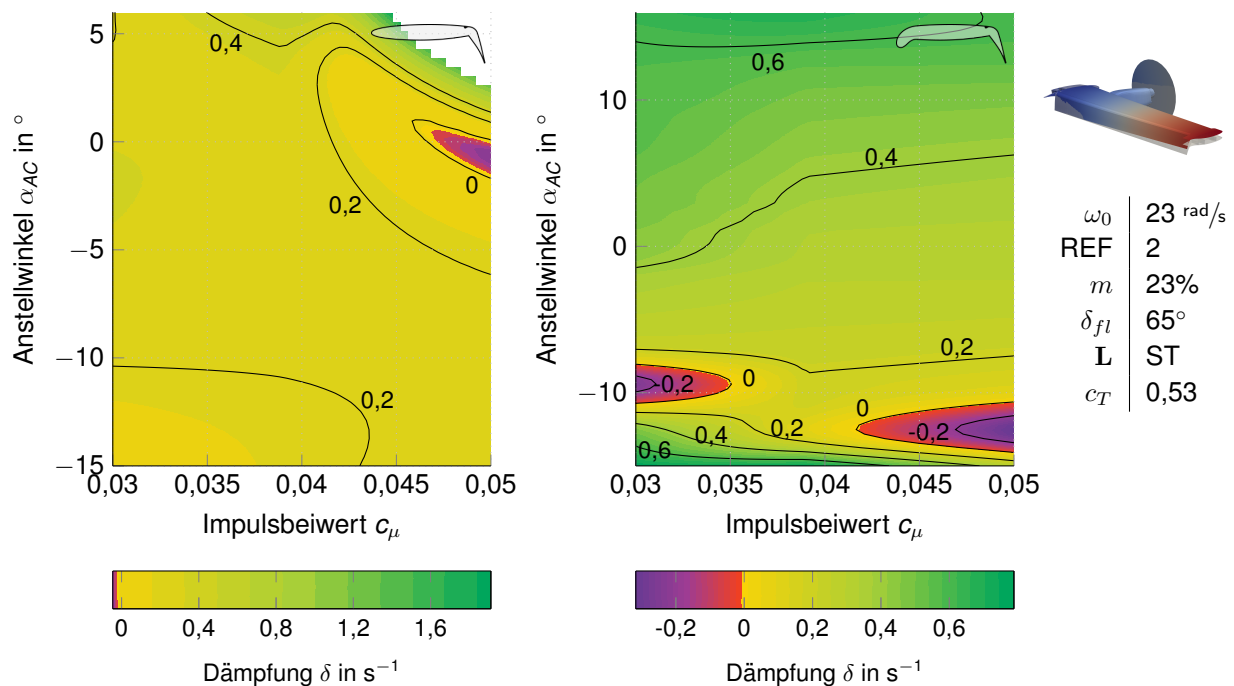


Abb. 5.8: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel mit Triebwerk

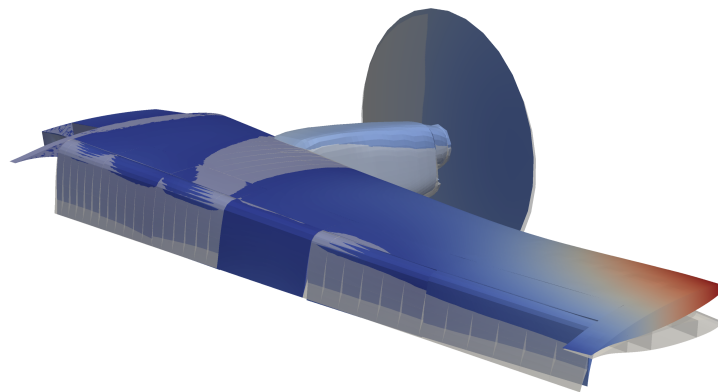


Abb. 5.9: Eigenschwingungsform des Tragflügels ohne Senknase mit Schub nach Gleichung 5.4 bei $\alpha_{AC} = 6^\circ$ und $c_\mu = 0,05$

ben, handelt es sich bei Divergenz um anwachsende Verformungen aufgrund verschwindender Steifigkeit. Die zugehörige Eigenschwingungsform ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Demnach führt die Aerodynamik zu divergenten Torsionsanteilen in der Verformung. Die Biegeschwingung am Tragflügel mit Senknase (rechts in Abb. 5.8) zeigt im Vergleich zu Abbildung 5.3 ebenfalls instabile Bereiche. Diese Bereiche sind jedoch verringert.

Die Stabilitätskarten für die neu auftretende Schwingungsform bei angesetzter Schubkraft sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Ohne Schubkraft ist diese Schwingungsform für beide Profilformen im gesamten Untersuchungsgebiet stabil. Mit Schubkraft zeigen sich für beide Profilformen Bereiche mit negativer Dämpfung. Für den Tragflügel ohne Senknase sind Anstellwinkel über -3° und Impulsbeiwerte beinahe im gesamten Gebiet betroffen. Bei dem Tragflügel mit Senknase liegen die Anstellwinkel über 11° . Da diese Schwingungsform von dem Triebwerk hervorgerufen wird, liegt es nahe, dass sie sensibel gegenüber den am Triebwerk angreifenden Kräften ist. Die Richtung des Schubvektors könnte daher eine Ursache für die angefachte Schwingung sein.

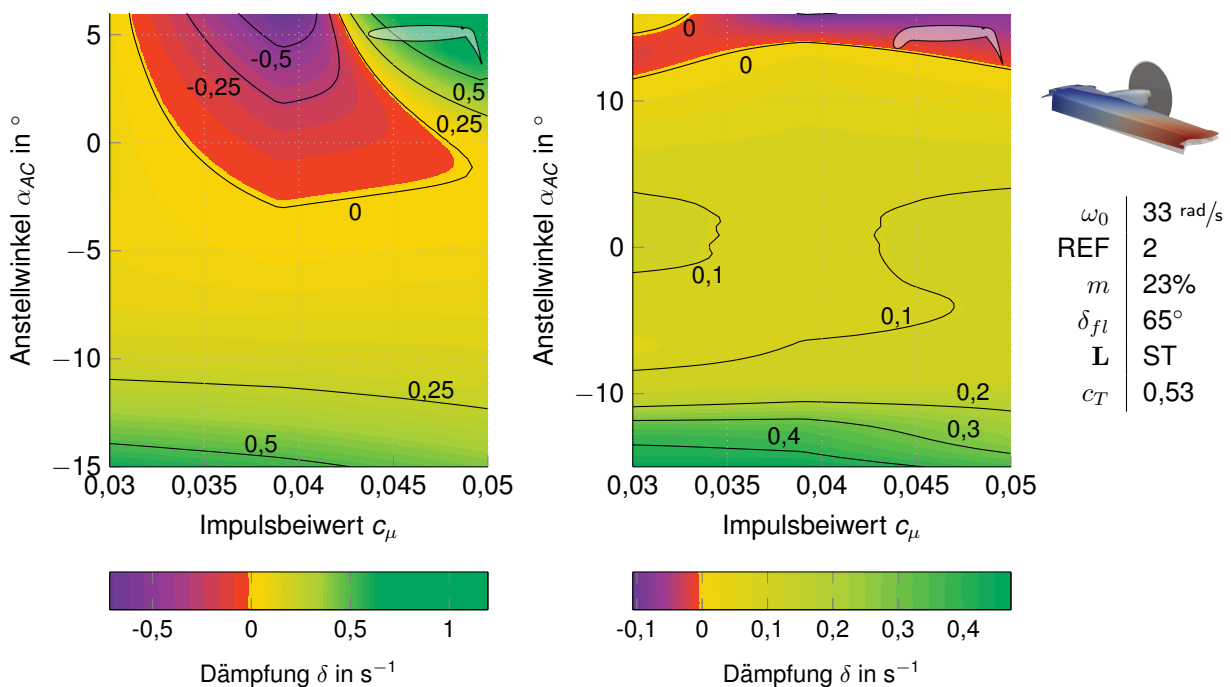


Abb. 5.10: Stabilitätskarten der vom Triebwerk induzierten Schwingung am Tragflügel mit Triebwerk

Am Tragflügel ohne Senknase sind alle darüberliegenden Schwingungen gedämpft. Für den Tragflügel mit Senknase zeigen sich hingegen weitere instabile Bereiche bei niedrigen Impulsbeiwerten und Anstellwinkeln unter -11° bzw. über 12° . Es handelt sich dabei um die zweite Biegeschwingung, die im belasteten Zustand auch Torsionsanteile enthält, und um die erste gekoppelte Biege-Torsionsschwingung.

5.3.2 Aerodynamik nach Streifentheorie mit 3D-Korrektur

Wird nun die Traglinientheorie nach Abschnitt 4.3 über die induzierten Anstellwinkel in das Gleichungssystem (5.4) eingearbeitet, folgt das zu lösende Eigenwertproblem des reduzierten Modells zu

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{Fr} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{Er} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \\ \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{q_{Fr}} & 0 & 0 & -\mathbf{D}_{q_{Fr}\alpha_i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{D}_{\alpha_i q_{Fr}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{Fr} \\ \dot{\mathbf{q}}_{Er} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} \omega_{0Fr}^2 - \mathbf{K}_{q_{Fr}} & 0 & (\mathbf{C}_F \hat{\mathbf{X}}_{Fr})^T & -\mathbf{K}_{q_{Fr}\alpha_i} \\ 0 & \omega_{0Er}^2 - \mathbf{K}_{q_{Er}} & -(\mathbf{C}_E \hat{\mathbf{X}}_{Er})^T & 0 \\ \mathbf{C}_F \hat{\mathbf{X}}_{Fr} & -\mathbf{C}_E \hat{\mathbf{X}}_{Er} & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{\alpha_i q_{Fr}} & 0 & 0 & \mathbf{K}_{\alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{Fr} \\ \mathbf{q}_{Er} \\ \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\alpha}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.5)
 \end{aligned}$$

Auch ohne das Ansetzen einer Schubkraft unterscheidet sich die spannwitige Kraftverteilung dabei von jener ohne Triebwerk (vgl. Abb. 4.49 und 4.50). Mit dem Berücksichtigen der Schubkraft kommt der Anstellwinkeländerung im Einflussbereich des Propellerstrahls (vgl. Abb. 4.48) eine große Bedeutung zu.

Die Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel mit Triebwerk unter Berücksichtigung der aerodynamischen Kräfte nach der Traglinientheorie sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Erneut sind die Dämpfungswerte deutlich größer als jene bei der Berechnung nach Streifentheorie. Der Tragflügel ohne Senknase ist dabei im gesamten Untersuchungsgebiet stabil. Die Stabilitätskarte des Tragflügels mit Senknase zeigt hingegen zum Einen instabile Bereiche und zum Anderen Bereiche, in denen die Traglinientheorie nicht konvergiert ist. Zwischen Anstellwinkeln von 0° und 7° tritt für Impulsbeiwerte bis 0,035 die angefachte Biegeschwingung auf, die auch am Tragflügel ohne Triebwerk beobachtet wurde (vgl. Abb. 5.5). Der Bereich ist am Tragflügel mit Triebwerk jedoch deutlich kleiner. Parameterkombinationen, die nicht konvergieren, sind nicht eingefärbt.

Die Stabilitätskarten der von dem Triebwerk induzierten Schwingung in Abbildung 5.12 zeigen für beide Profilformen instabile Bereiche. Für den Tragflügel ohne Senknase stellt sich bei hohen Anstellwinkeln und hohen Impulsbeiwerten eine Anfachung der Biege-Torsionsschwingung ein. Bei dem Tragflügel mit Senknase handelt es sich ebenfalls um eine Biege-Torsionsschwingung, die für kleine Impulsbeiwerte über $\alpha_{AC} = 0^\circ$ und für große Impulsbeiwerte unter $\alpha_{AC} = 0^\circ$ angefacht ist. Erneut konvergiert die Traglinientheorie für einige Parameterkombinationen nicht. Bei dem Übergang der gedämpften zur angefachten Schwingung bei niedrigen Impulsbeiwerten besteht zudem das Problem, dass die berechnete Eigenschwingungsform keiner Schwingungsform des Modal-Ansatzes zugeordnet werden kann. Auch hier sind deshalb keine Dämpfungswerte angegeben.

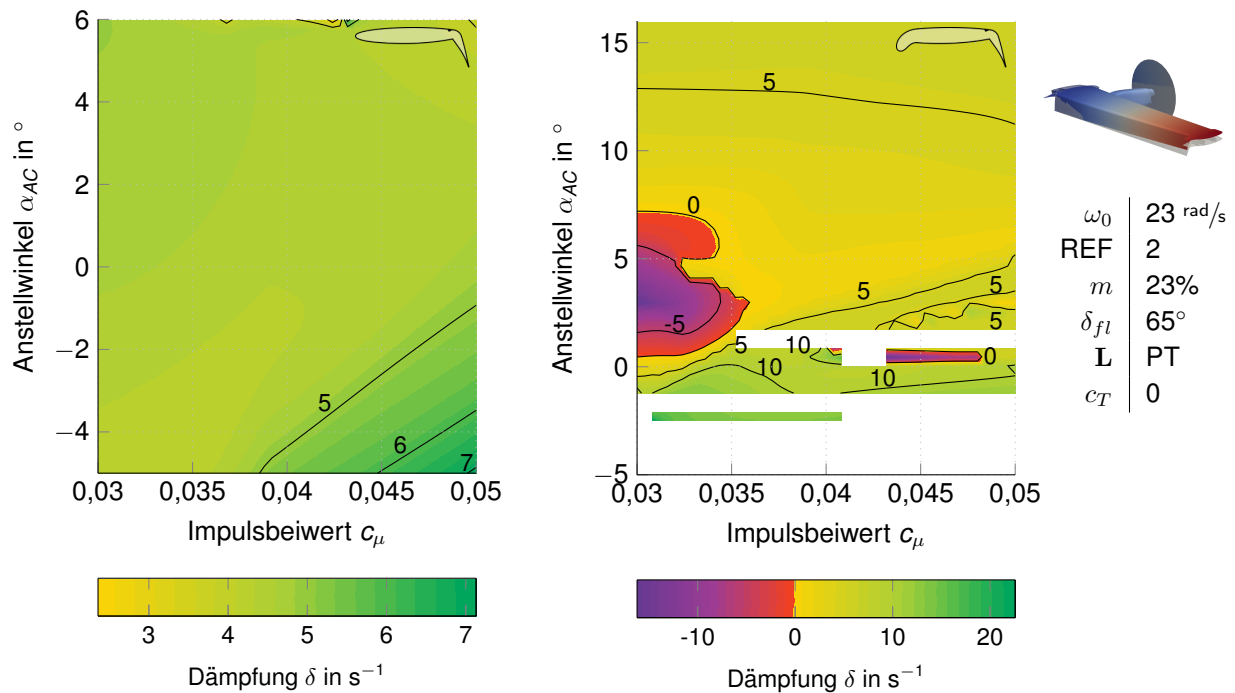


Abb. 5.11: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel mit Triebwerk

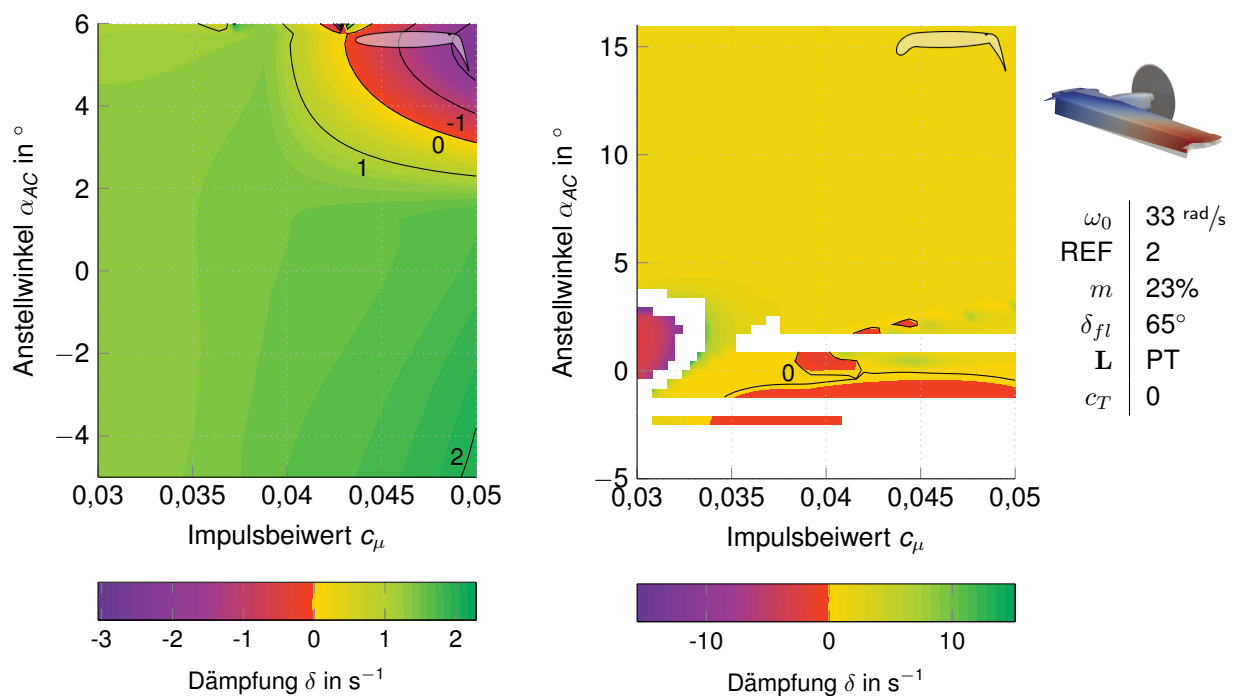


Abb. 5.12: Stabilitätskarten der vom Triebwerk induzierten Schwingung am Tragflügel mit Triebwerk ohne Schub

Wird nun der Schubbeiwert sowohl in der Kraftverteilung entlang der Spannweite als auch als Einzellast am Triebwerk berücksichtigt, folgen für die erste Biegeschwingung die Stabilitätskarten in Abbildung 5.13. Am Tragflügel ohne Senknase konvergiert die Traglinientheorie nur

für Anstellwinkel bis zu $1,5^\circ$. Mit zunehmendem Impulsbeiwert sinkt der Anstellwinkel noch weiter ab. Alle ausgewerteten Parameterkombinationen sprechen jedoch für eine stabile Flugsituation. Am Tragflügel mit Senknase liegt nur für Anstellwinkel unterhalb von $9,5^\circ$ Konvergenz vor. In diesem Bereich zeigen sich erneut zwei Bereiche mit angefachter Biegeschwingung. Unter Berücksichtigung der Kräfte nach Streifentheorie wirkte die Schubkraft stabilisierend. Dieses Verhalten kann mit der Traglinientheorie nicht bestätigt werden.

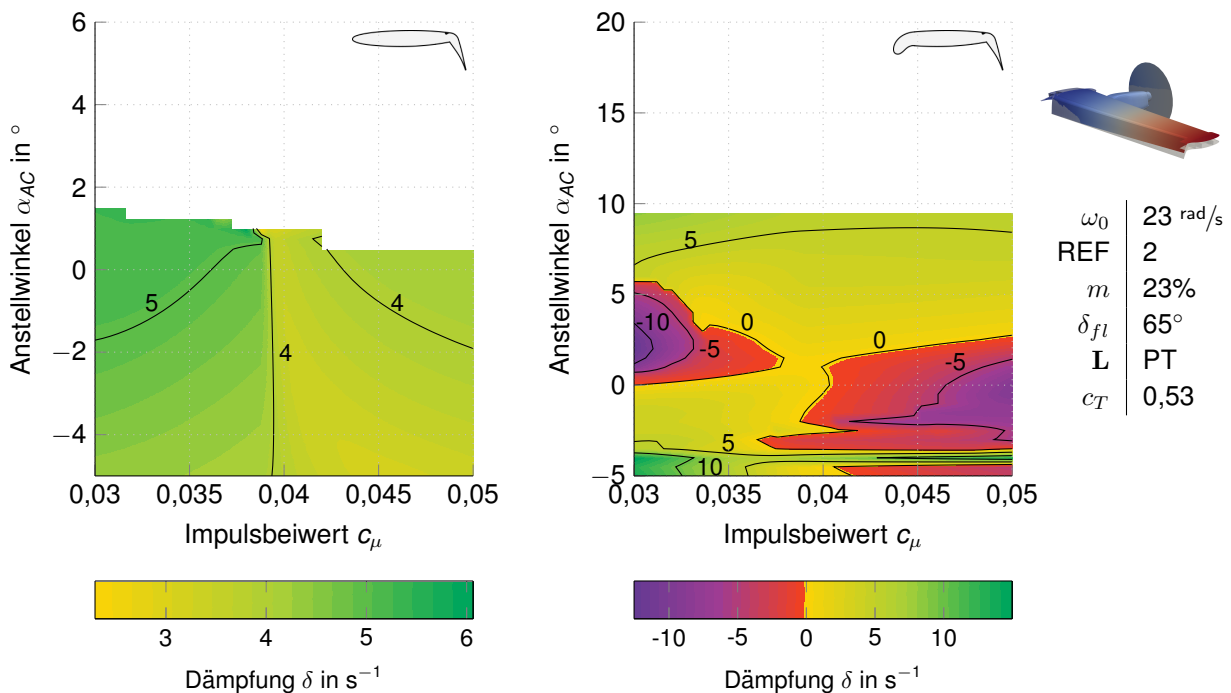


Abb. 5.13: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel mit Triebwerk

Die Untersuchung auf den verschiedenen Ebenen zeigt, dass das Biegeflattern, welches am Profil mit Senknase bei stark negativen Anstellwinkeln auftritt, allgegenwärtig ist. Unter Anwendung der Streifentheorie zeigt sich das Biegeflattern ebenfalls bei negativen Anstellwinkeln in Abhängigkeit vom Impulsbeiwert. Mit der realistischeren Druckverteilung nach der Traglinientheorie tritt das Phänomen jedoch bei relevanten Anstellwinkeln um 0° auf. Der Tragflügel ohne Senknase ist über weite Bereiche stabil. Bei den Schwingungen, die am Tragflügel ohne Senknase als instabil gekennzeichnet sind, handelt es sich um gekoppelte Biege-Torsionsschwingungen, welche hier nicht näher betrachtet werden.

6 Flügelkonfiguration mit UHBR-Triebwerk

Neben der bisher betrachteten Referenzkonfiguration REF 2 werden weitere verschiedene Entwürfe untersucht [80]. Das verwendete Flügelprofil bleibt dabei unverändert, sodass die Profilaerodynamik übernommen werden kann. Um die Auswirkung unterschiedlicher Geometrien und Gewichtsverteilungen auf das aeroelastische Verhalten zu untersuchen, wird die Referenzkonfiguration REF 3 betrachtet. Dabei handelt es sich um einen Tiefdecker mit Triebwerken, die hinter und über dem Tragflügel angeordnet sind. Die große Schubkraft bei geringem Kraftstoffverbrauch und vergleichsweise geringen Geräuschemissionen zeichnet diese Triebwerke aus [33]. Aufgrund des sehr großen Nebenstromverhältnisses (ultra high bypass-ratio) wird das Triebwerk als UHBR-Triebwerk bezeichnet. Die Anordnung oberhalb der Tragflügel führt dazu, dass entstehende Geräuschemissionen teilweise abgeschirmt [19] und gute aerodynamische Eigenschaften erreicht werden [46].

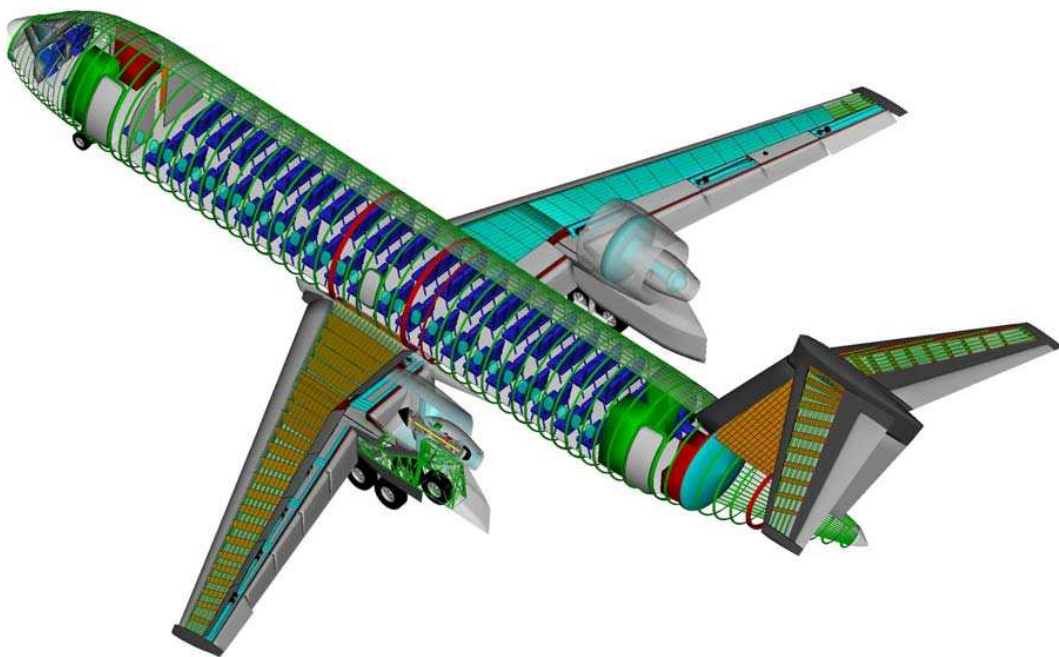


Abb. 6.1: Referenzkonfiguration REF 3 [45]

Die Geometrie der Flügel und die dynamischen Eigenschaften der Struktur werden vorgestellt. Darauf folgt eine Anpassung der stationären 3D-Aerodynamik an die veränderte Geometrie und Triebwerksanordnung. Die Untersuchung der Aeroelastizität erfolgt im Anschluss direkt am Tragflügel ohne und mit Triebwerk.

6.1 Strukturmodell

Die Dimensionierung des Flügels erfolgt analog zu dem Vorgehen bei der REF 2. Flügel, Pylon und der Gondel-Starrkörper werden am IFL ausgelegt und ein FE-Modell angefertigt. Die Modellbildung des UHBR-Triebwerks erfolgt als Mehrkörpersimulation am Institut für Aeroelastik des DLR in Göttingen [72]. Demzufolge ist kein vollständiges Gesamtmodell in einer Modellierungsform vorhanden.

Die geometrischen Kennzahlen des Flügels sind dem Datenblatt [45] entnommen. Demnach hat der Flügel eine Halbspannweite b_h von 14,37 Metern, eine Referenzfläche S von 46 Quadratmetern und eine Referenztiefe l_μ von 3,81 Metern. Der Flügel ist bis zu einer Spannweite von 1,44 Metern im Rumpf eingebunden und bei 4,86 Metern ist ein Knick im Verlauf zu erkennen. Diese Punkte werden nachfolgend als Flügelwurzel und als Knick bezeichnet. Die Pfeilung an der Vorderkante φ_3 beträgt konstant 26° . An der Hinterkante beträgt die Pfeilung zunächst $3,2^\circ$ (φ_1) und wird nach dem Knick auf $14,8^\circ$ erhöht (φ_2). Dementsprechend ergeben sich zwei unterschiedliche Pfeilwinkel an der Viertelslinie. An der Flügelwurzel beträgt der Pfeilwinkel $20,8^\circ$ ($\varphi_{25,1}$) und nach dem Knick $23,3^\circ$ ($\varphi_{25,2}$). Die V-Stellung ϕ_3 ist mit 3° konstant positiv. Der Flügel verjüngt sich von 5,30 Metern an der Wurzel l_r auf 3,82 Meter am Knick l_k und 1,70 Meter an der Spitze l_t . Der Einbauwinkel von der Wurzel ψ_r bis zum Knick ψ_k ist mit 0° konstant. Danach ist der Flügel bis zur Spitze ψ_t auf $-6,94^\circ$ verwunden.

Die Hinterkantenklappe nimmt an der Wurzel 18% und am Knick 23% der Profiltiefe ein. Im restlichen Verlauf werden 25% für die Klappen beansprucht. Die Senknase nimmt konstant ca. 20% der Profiltiefe ein. Bis auf den Abschnitt zwischen Wurzel und Knick entsprechen die Längenverhältnisse jenen der REF 2.

Es folgt die Beschreibung der dynamischen Eigenschaften der zwei Substrukturen Tragflügel und UHBR-Triebwerk. Da ein Gesamtmodell in einer Modellierungsform nicht vorhanden ist, wird daraufhin das im Modalraum gekoppelte Gesamtmodell vorgestellt.

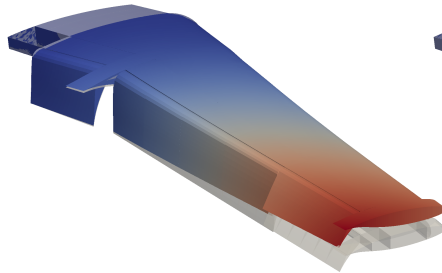
6.1.1 Modal-Analyse des Flügels

Für die REF 3 wird eine Tankfüllung von 25% angesetzt. Die ersten sechs Eigenschwingungsformen sind mit den zugehörigen Eigenkreisfrequenzen in Abbildung 6.2 dargestellt. Der Vergleich mit den Eigenschwingungsformen des Flügels der REF 2 in Abbildung 3.5 zeigt, dass die erste Biegeschwingung der REF 3 mit einer Eigenkreisfrequenz von 32 rad/s steifer ist, die Torsionseigenschwingungsformen jedoch ähnliche Eigenkreisfrequenzen aufweisen. Ein Unterschied wird bei Eigenschwingungsform 3 deutlich, die bei der REF 3 bereits eine gekoppelte Biege-Torsionsschwingung darstellt, bei der REF 2 hingegen die reine zweite Biegeschwingung ist. Auch Eigenschwingungsform 2, 5 und 6 sind bei der REF 3 gekoppelte Schwingungsformen. Die daraus folgenden reduzierten Frequenzen sind in Tabelle 6.1 für die Flügelwurzel, -spitze und die Referenztiefe angegeben.

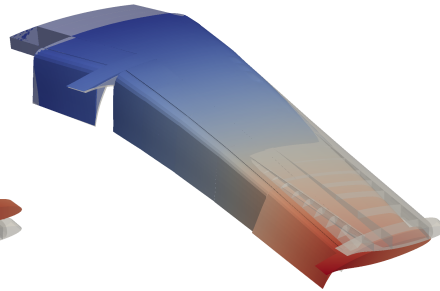
Tab. 6.1: Umrechnung der Eigenkreisfrequenzen des Tragflügels der REF 3 in reduzierte Frequenzen

	ω_0 in rad/s	k_t	k_μ	k_r
Eigenschwingungsform 1	32,14	0,54	1,20	1,67
Eigenschwingungsform 2	81,05	1,35	3,03	4,21
Eigenschwingungsform 3	91,81	1,53	3,43	4,77
Eigenschwingungsform 4	121,28	2,02	4,53	6,30
Eigenschwingungsform 5	161,55	2,69	6,03	8,39
Eigenschwingungsform 6	219,46	3,66	8,19	11,39

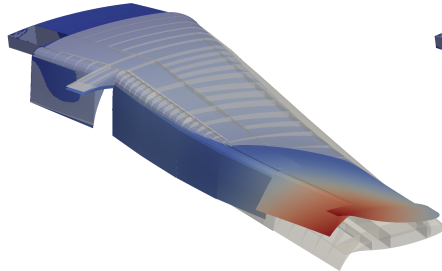
Eigenschwingungsform 1:
 $\omega_{01} = 32,14$ rad/s



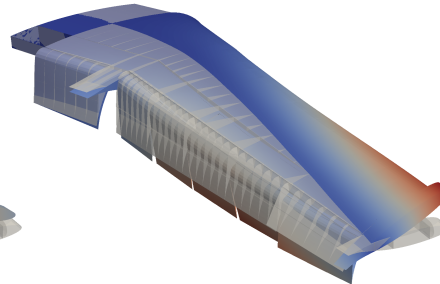
Eigenschwingungsform 2:
 $\omega_{02} = 81,05$ rad/s



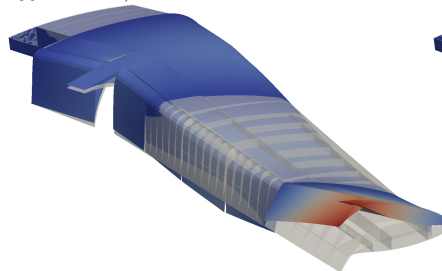
Eigenschwingungsform 3:
 $\omega_{03} = 91,81$ rad/s



Eigenschwingungsform 4:
 $\omega_{04} = 121,28$ rad/s



Eigenschwingungsform 5:
 $\omega_{05} = 161,55$ rad/s



Eigenschwingungsform 6:
 $\omega_{06} = 219,46$ rad/s

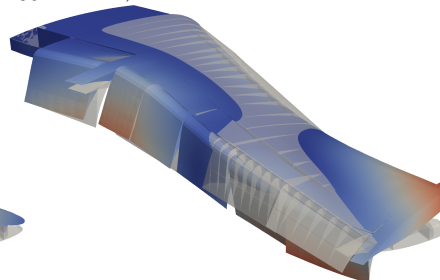


Abb. 6.2: Eigenschwingungsformen des Flügels der REF 3 bei 25% Tankfüllung

6.1.2 UHBR-Triebwerk

Das UHBR-Triebwerk ist ursprünglich als Mehrkörpersimulation modelliert [72]. Um die Anwendung im reduzierten Modell zu ermöglichen, ist die Struktur zudem in ein ANSYS®-Modell übertragen. Für die Lösung des Eigenwertproblems wird der implementierte QR-Algorithmus mit Dämpfung verwendet. Die Wellen des Triebwerks sind rotierende Bauteile, die gyroscopische Kräfte erzeugen und somit die Eigenkreisfrequenzen beeinflussen [72]. Aus diesem Grund wird das Modell für verschiedene Rotationsgeschwindigkeiten der Wellen untersucht.

Da die Substruktur bei dem gewählten Ansatz (vgl. Abschnitt 2.1.2) nicht gelagert ist, treten sechs Starrkörper-Eigenschwingungsformen auf. Zudem können die Wellen des Triebwerks frei um ihre Achse rotieren. Fan, Niederdruckwelle und Hochdruckwelle zeigen demnach zusätzliche rotatorische Starrkörper-Eigenschwingungsformen. Abbildung 6.3 zeigt beispielhaft eine rotatorische und eine translatorische Starrkörper-Eigenschwingungsform des gesamten Triebwerks, genannt globale Rotation bzw. Translation, und die lokale Rotation der Hochdruckwelle. Aufgrund der gewählten Darstellung zeigt sich die lokale Rotation als eine optische Vergrößerung der Struktur.

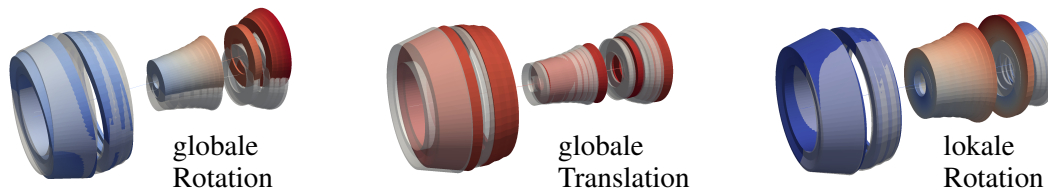


Abb. 6.3: Ausgewählte Starrkörper-Eigenschwingungsformen des UHBR-Triebwerks

Zudem treten Biegeeigenschwingungsformen um zwei Achsen und die Rotationseigenschwingungsformen der einzelnen Wellen auf. Der Einfluss, den die gyroscopischen Kräfte auf die Biegeeigenschwingungsformen haben, ist in Abbildung 6.4 verdeutlicht. Links sind die vertikale und laterale Biegung der Niederdruckwelle abgebildet. Rechts ist der Zusammenhang zwischen der Rotationsgeschwindigkeit der Niederdruckwelle und den Eigenkreisfrequenzen der beiden Eigenschwingungsformen dargestellt. Während die Eigenkreisfrequenz und damit die Steifigkeit der vertikalen Biegung mit zunehmender Rotationsgeschwindigkeit abnimmt, nimmt jene der lateralen Biegung deutlich zu. Dieses Phänomen tritt für alle Biegeschwingungsformen auf. Die Eigenkreisfrequenzen der Rotationseigenschwingungsformen sind hingegen unabhängig von der Rotationsgeschwindigkeit. Im Vergleich zu den Eigenkreisfrequenzen des Flügels (s. Abb. 6.2) sind die Eigenkreisfrequenzen des Triebwerks auch bei hohen Rotationsgeschwindigkeiten noch sehr hoch. Eine Kopplung von Flügel- und Triebwerkseigenschwingungsformen ist daher unwahrscheinlich.

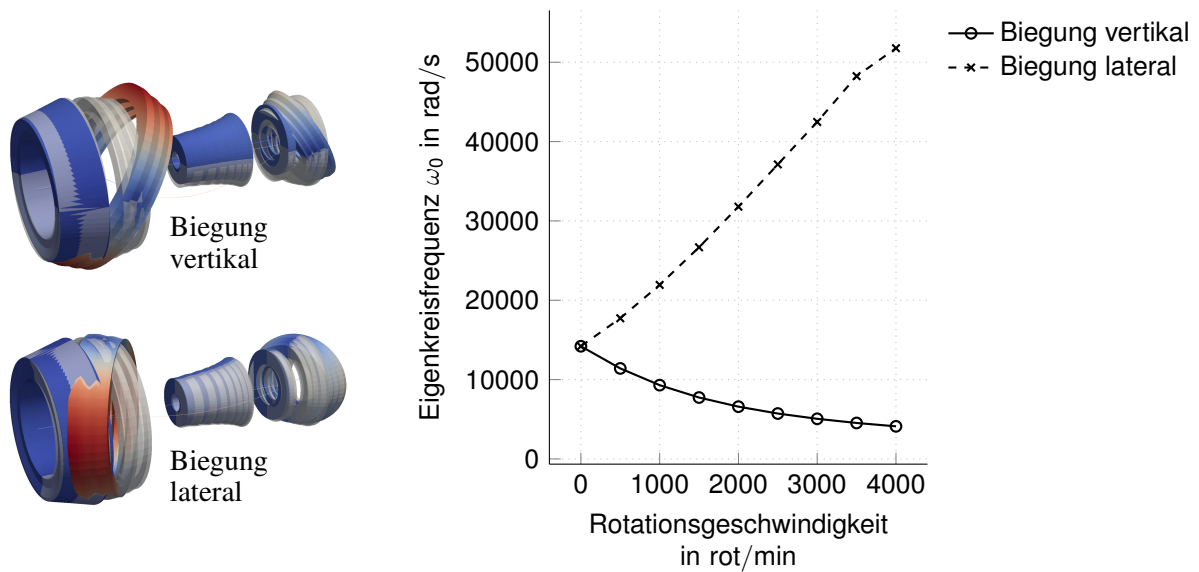


Abb. 6.4: Biegeeigenschwingungsformen der Niederdruckwelle und die Abhängigkeit der zugehörigen Eigenkreisfrequenzen von der Rotationsgeschwindigkeit

6.1.3 Gekoppelte Gesamtstruktur

Neben dem Tragflügel und dem UHBR-Triebwerk ist die Struktur des Pylons und die Struktur der Triebwerks-Gondel im Gesamtmodell enthalten, wobei der Pylon als starres Bauteil angesetzt ist und daher Triebwerk und Tragflügel ohne zusätzliche Verformungen koppelt. Die Kopplung der Substrukturen Tragflügel, Pylon, Triebwerks-Gondel und UHBR-Triebwerk ist

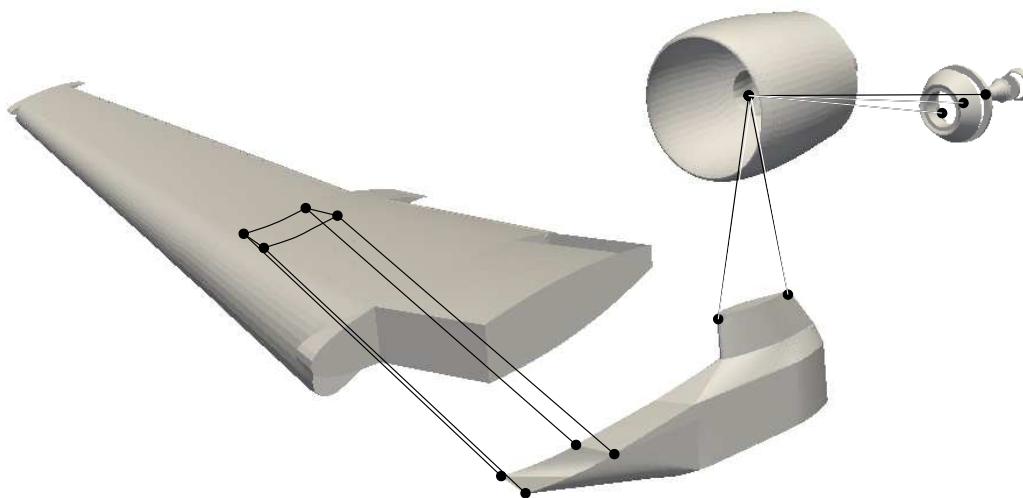


Abb. 6.5: Schematische Darstellung der Kopplung der Substrukturen der REF 3

in Abbildung 6.5 schematisch dargestellt. Das Gleichungssystem (2.13) wird entsprechend um die Eigenkreisfrequenzen und Koppelmatrizen der Substrukturen erweitert.

Die Eigenschwingungsformen der gekoppelten Gesamtstruktur sind in Abbildung 6.6 dargestellt. Die erste Eigenschwingungsform wird von der Bewegung des Triebwerkkörpers dominiert, sodass eine Biege-Torsionsschwingung vorliegt. Erst die zweite Eigenschwingungsform stellt eine reine Biegeschwingung bei einer Eigenkreisfrequenz von 44 rad/s dar. Eigenschwingungsform 3 ist eine relativ reine laterale Biegung und die Eigenschwingungsformen 4 bis 6 sind wiederum gekoppelte Biege-Torsionsschwingungen. Trotz größerer Massen sind die Eigenkreisfrequenzen der Gesamtstruktur tendenziell höher als jene der Flügelstruktur. Tabelle 6.2 fasst die reduzierten Frequenzen an Flügelwurzel, -spitze und für die Referenztiefe zusammen.

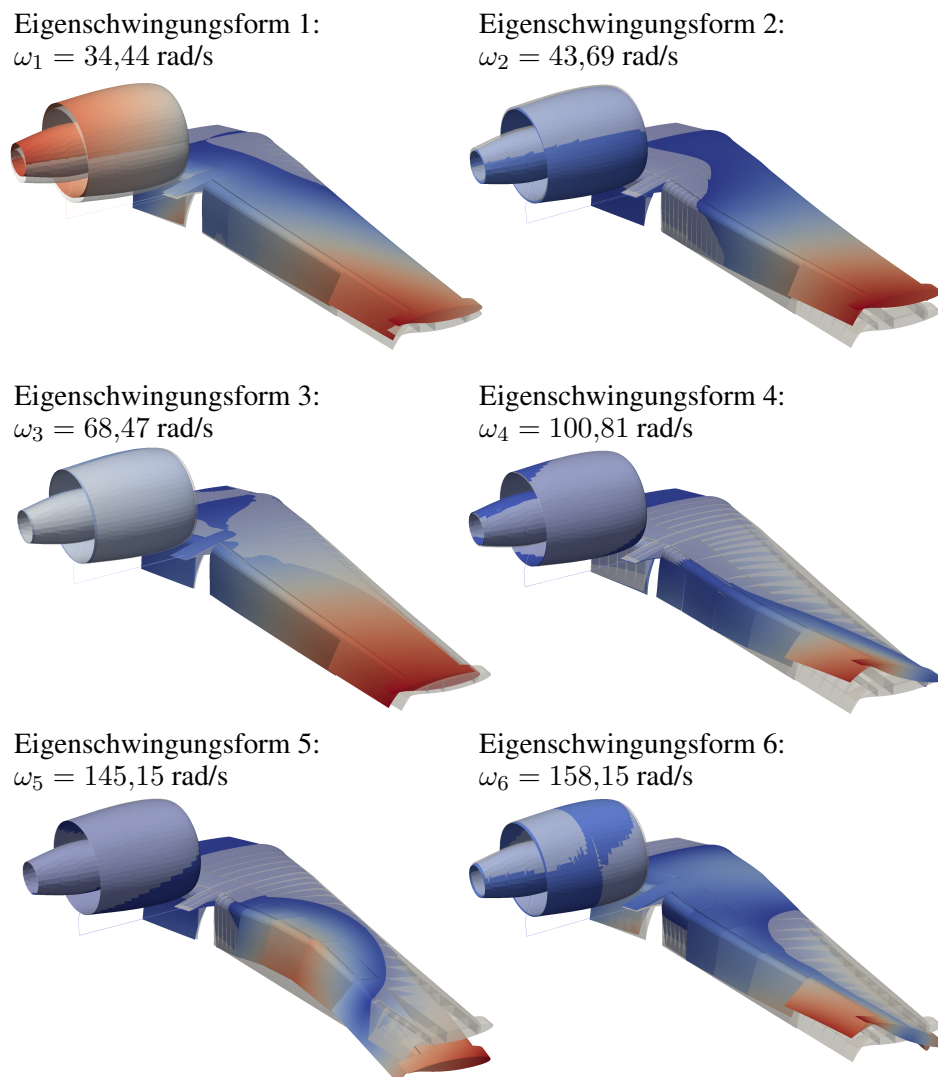


Abb. 6.6: Eigenschwingungsformen der gekoppelten Gesamtstruktur des Flügels der REF 3 bei 25% Tankfüllung

Tab. 6.2: Umrechnung der Eigenkreisfrequenzen der REF 3 in reduzierte Frequenzen

	ω_0 in rad/s	k_t	k_μ	k_r
Eigenschwingungsform 1	34,44	0,57	1,29	1,79
Eigenschwingungsform 2	43,69	0,73	1,63	2,27
Eigenschwingungsform 3	68,47	1,14	2,56	3,56
Eigenschwingungsform 4	100,81	1,68	3,76	5,23
Eigenschwingungsform 5	145,15	2,42	5,42	7,54
Eigenschwingungsform 6	158,15	2,63	5,90	8,21

6.2 Stationäre Aerodynamik am Tragflügel

Aufgrund der veränderten Geometrie und Triebwerksanordnung ist die 3D-Korrektur für die Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte am Tragflügel der REF 3 anzupassen. Die Anordnung des Triebwerks hinter dem Flügel sorgt für eine deutlich geringere Beeinflussung der Umströmung der Tragfläche. Es zeigt sich, dass die Anordnung zusätzlicher Wirbel an den Übergängen zwischen Pylon und Tragfläche für eine gute Approximation ausreicht. Zudem müssen weiterhin die Wirbel an Flügelwurzel, Flügelspitze und an der Klappenwinkeländerung des Querruders berücksichtigt werden.

Die Anordnung der Wirbel am Tragflügel der REF 3 zeigt Abbildung 6.7 schematisch. Die daraus resultierende Auftriebsverteilung ist in Abbildung 6.8 links dargestellt. Die Ergebnisse nach der 3D-Korrektur unterschätzen die Auftriebsbeiwerte im Bereich von 40% bis 80% der Spannweite. Hier zeigt sich eine Einschränkung der klassischen PRANDTL'schen Traglinientheorie, wie sie grundlegend verwendet wird. Denn die Traglinientheorie gilt nur für ungepfeilte Flügel, wie in Abschnitt 2.2.2 erläutert. Während der Tragflügel der REF 2 mit 7° nur einen geringen

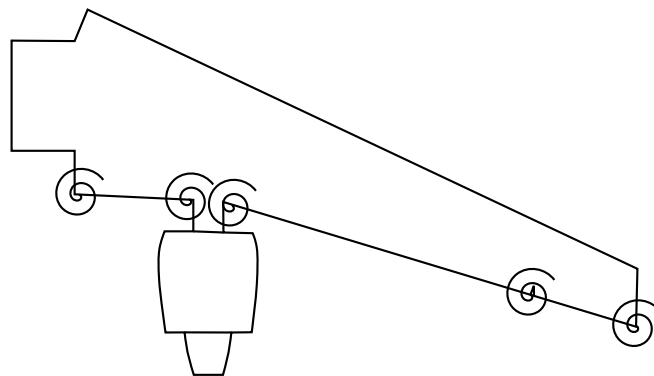


Abb. 6.7: Schematische Darstellung der Wirbelanordnung für den Tragflügel der REF 3

Pfeilwinkel an der Viertelslinie aufweist, liegen die Pfeilwinkel des Tragflügels der REF 3 bei $20,8^\circ$ bzw. $23,3^\circ$ an der Viertelslinie. Diese große Pfeilung führt zu den Abweichungen. Die Randbereiche und auch der Einfluss des Triebwerks auf die Auftriebsverteilung werden hingegen gut approximiert, sodass der Ansatz zunächst unverändert übernommen wird.

Für die Verteilung der Nickmomentenbeiwerte (rechts in Abb. 6.8) wird die induzierte Neutralpunktlage x_{Ni} zu $-0,6$ gewählt. Eine Unterteilung in Bereiche mit und ohne Triebwerk, wie bei der REF 2, ist hier nicht notwendig. Die gewählte Anpassung der 3D-Korrektur gleicht die zuvor angesprochenen Abweichungen im Bereich zwischen 40% und 80% der Spannweite aus, sodass die Nickmomente hier eine gute Übereinstimmung zeigen. Daraus resultieren im Umkehrschluss Abweichungen in Nähe der Flügelwurzel und -spitze.

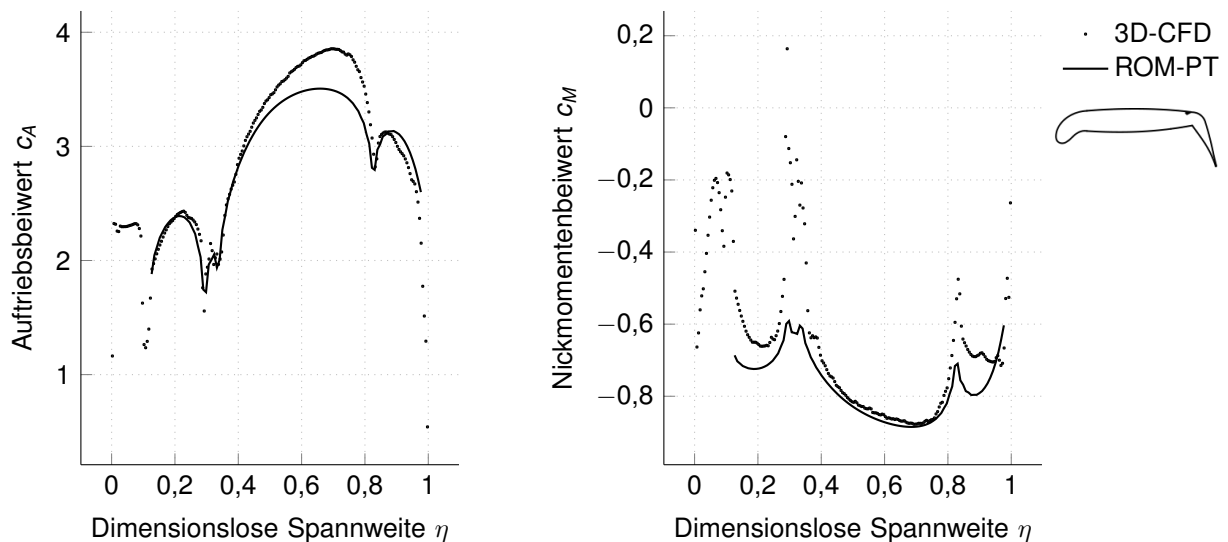


Abb. 6.8: Verteilung der Auftriebs- und Nickmomentenbeiwerte für den Tragflügel der REF 3 bei $\alpha_{AC} = 6^\circ$, $c_\mu = 0,029$ und $c_T = 0,228$

6.3 Aeroelastik

Für die Untersuchung der Aeroelastik des Tragflügels wird das Strukturmodell der REF 2 gegen das Strukturmodell der REF 3 ausgetauscht. Die stationäre und instationäre 2D-Aerodynamik wird unverändert aus den Abschnitten 4.1 und 4.2 übernommen, da dieselbe Profilform verwendet wird. Die Ergebnisse der REF 2 zeigen für den Tragflügel ohne Senknase keine besonderen Flutterphänomene. Aus diesem Grund werden lediglich die Ergebnisse des Tragflügels mit Senknase der REF 3 vorgestellt. Insbesondere die Biegeschwingung, die an der REF 2 mit Senknase auftritt, wird an der REF 3 untersucht. Vorangegangene Untersuchungen zeigen, dass diese auch bei der REF 3 in bestimmten Bereichen angefacht ist [74, 75].

Zudem ist der Schwerpunkt des Tragflügels mit der Anordnung des Triebwerks nach hinten verschoben. Hinsichtlich des bekannten aeroelastischen Phänomens der Torsionsdivergenz er-

scheint diese Anordnung ungünstig. Die Torsionsschwingung wird daher am Tragflügel mit Triebwerk ebenfalls untersucht.

6.3.1 Tragflügel ohne Triebwerk

Zunächst erfolgt die Untersuchung am Tragflügel ohne Triebwerk. Dabei werden die Ergebnisse mit der Belastung nach Streifentheorie den Ergebnissen mit der Belastung nach der Traglinientheorie gegenüber gestellt. Die Stabilitätskarten sind entsprechend der berücksichtigten Lastverteilung mit einem Bild gekennzeichnet, das die angesetzten Wirbel zeigt. Entsprechend Tabelle 6.1 liegen die reduzierten Frequenzen der ersten Biegeschwingung am Tragflügel ohne Triebwerk zwischen 0,5 und 1,7. Damit sind diese höher als die entsprechenden reduzierten Frequenzen der REF 2 (vgl. Tab. 3.2), was im Hinblick auf die instationären Derivative in Abschnitt 4.2 tendenziell mehr Stabilität bedeutet. Die Stabilitätskarten in Abbildung 6.9 zeigen jedoch auch für die REF 3 ohne Triebwerk instabile Bereiche. Links ist die Belastung nach Streifentheorie angesetzt. Hier zeigt sich ein instabiler Bereich um Anstellwinkel von -10° über alle Impulsbeiwerte. Auf der rechten Seite basiert die Lastverteilung auf der Traglinientheorie der REF 3 (vgl. Abschnitt 6.2). Der instabile Bereich ist zu höheren Anstellwinkeln um 0° und Impulsbeiwerten größer als 0,035 verschoben. Zudem ist die Biegeschwingung in dem Bereich, der sich von ungefähr 3° (bei einem Impulsbeiwert von 0,03) bis zu 8° (bei einem Impulsbeiwert von 0,05) erstreckt, entweder instabil oder aber divergent.

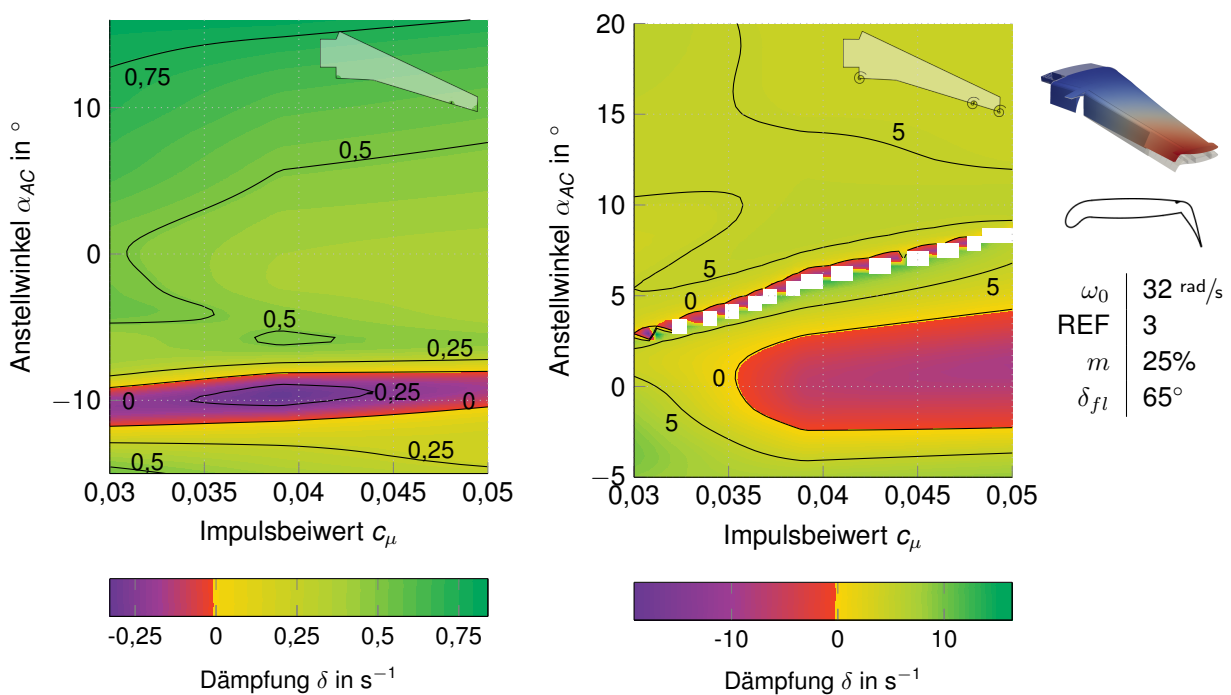


Abb. 6.9: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel ohne Triebwerk

6.3.2 Tragflügel mit Triebwerk

Die erste Biegeschwingung des Tragflügels mit Triebwerk ist mit einer Eigenkreisfrequenz von 44 rad/s steifer als jene des Tragflügels ohne Triebwerk. Abbildung 6.10 zeigt die Stabilitätskarten unter Berücksichtigung des nicht rotierenden UHBR-Triebwerks. Links, mit Streifentheorie, zeigt sich kein nennenswerter Unterschied im Vergleich zum Tragflügel ohne Triebwerk in Abbildung 6.9. Rechts, mit Aerodynamik nach Traglinientheorie, ist zu sehen, dass die 3D-Korrektur für einen großen Bereich nicht konvergiert. Der in Abbildung 6.8 dargestellte Vergleich der Ergebnisse von 3D Strömungssimulationen und den im ROM verwendeten Ansätzen ist für einen Anstellwinkel von 6° und einen Impulsbeiwert von 0,029 erfolgt. Für Anstellwinkel unterhalb von 6° liegen keine Vergleichsdaten aus 3D Simulationen vor. Der Bereich, für den die Kraftverteilung konvergiert ist, zeigt keine Instabilitäten. Unter der Annahme, dass sich die Stabilitätskarten ohne und mit Triebwerk nur geringfügig unterscheiden, konnte der gefährdete Bereich mit dem vorliegenden Modell nicht analysiert werden.

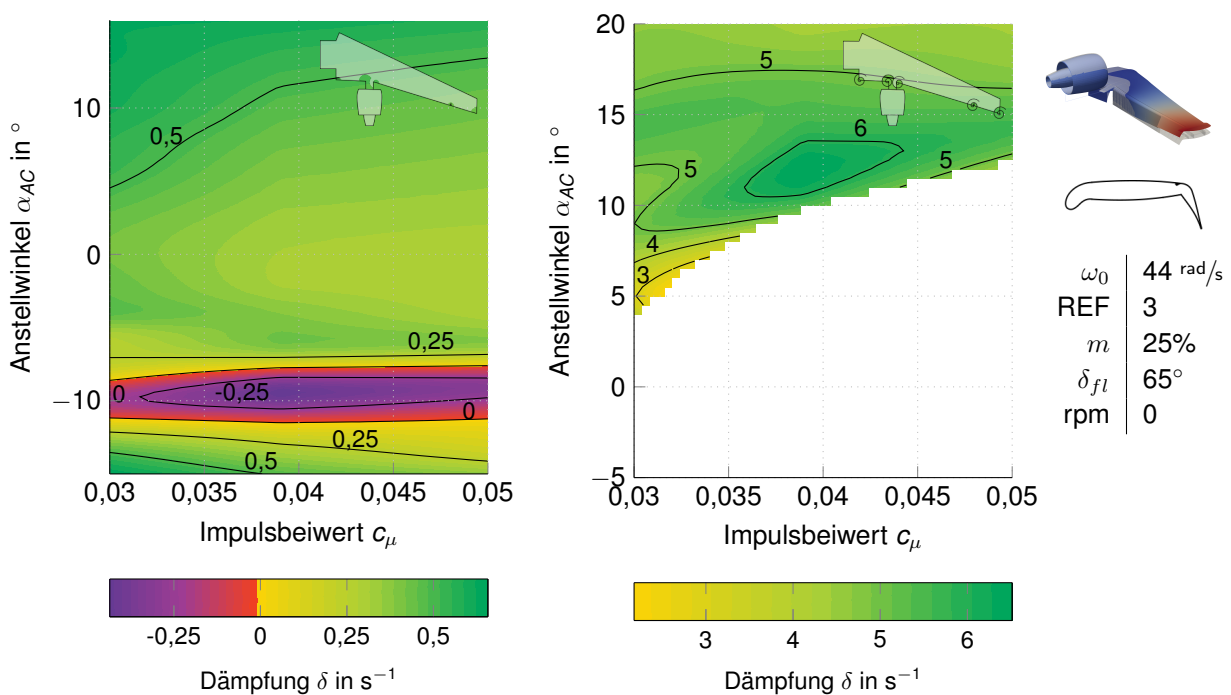


Abb. 6.10: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel mit Triebwerk ohne Schubkraft

Mit Streifentheorie ändert auch eine Rotation von 1000 Rotationen pro Minute nicht das Verhalten der ersten Biegeschwingung (vgl. Abb. 6.11, links). Das spricht dafür, dass die Triebwerksmoden keinen Einfluss auf die Schwingungsformen des Tragflügels nehmen. Wird die Aerodynamik mit der Traglinientheorie bestimmt, zeigt sich ebenfalls eine Stabilitätskarte, die jener in Abbildung 6.10 ähnelt. In dem Bereich von Interesse, konvergiert die 3D-Korrektur nicht. Eine Aussage über die Stabilität kann demnach für diesen Bereich nicht getroffen werden. Der Bereich, für den eine Konvergenz erreicht wurde, zeigt keine Instabilitäten.

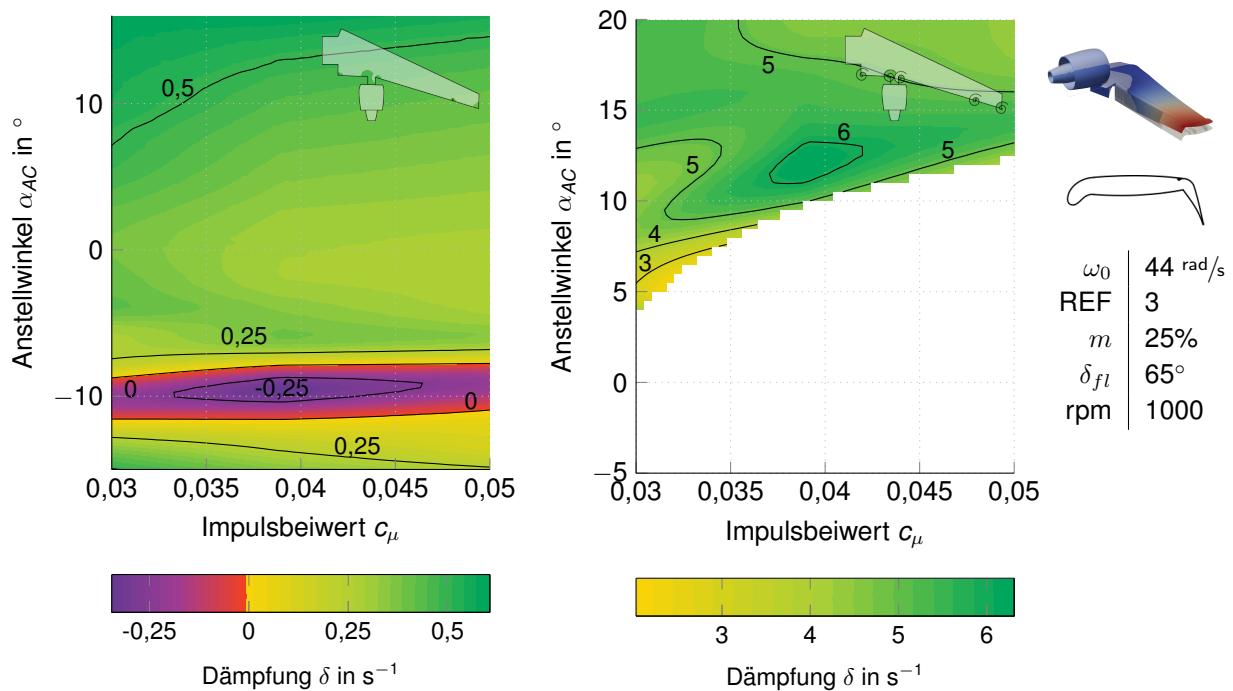


Abb. 6.11: Stabilitätskarten der ersten Biegeschwingung am Tragflügel mit Triebwerk und Schubkraft

Das Biegeflattern stellt demnach auch potentiell für die REF 3 ein Risiko dar. Die Ergebnisse infolge Streifentheorie zeigen sowohl für den Tragflügel ohne als auch mit Triebwerk bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten einen instabilen Bereich. Dieser liegt in einem, mit den Ergebnissen der REF 2 vergleichbarem, Anstellwinkelbereich (vgl. Abb. 5.3). Am Tragflügel ohne Triebwerk ist mit der Aerodynamik nach Traglinientheorie ebenfalls ein instabiler Bereich sichtbar, obwohl die reduzierten Frequenzen höher und damit tendenziell stabiler sind. Im Vergleich ist der instabile Bereich der REF 3 kleiner als der für die REF 2 (vgl. Abb. 5.5). Für den Tragflügel der REF 3 mit Triebwerk zeigt sich ein Konvergenzproblem der Traglinientheorie. Die zusätzlich angeordneten Wirbel am Pylon reduzieren den effektiven Anstellwinkel derart, dass für globale Anstellwinkel unterhalb von 5° keine Konvergenz erreicht wird. Demnach kann der Bereich, der den Ergebnissen des Tragflügels ohne Triebwerk nach zu urteilen von großem Interesse ist, nicht untersucht werden.

Die Untersuchungen der ersten Torsionsschwingung bei einer Eigenkreisfrequenz von 100 rad/s zeigte weder mit angesetzten Kräften nach Streifentheorie noch nach der PRANDTL'schen Traglinientheorie instabile Bereiche. Infolge der Interaktion der Hochauftriebssysteme und der unkonventionellen Anordnung des UHBR-Triebwerks bei niedrigen Geschwindigkeiten lässt sich demnach keine erhöhte Gefahr der Torsionsdivergenz feststellen. Das klassische Vorgehen bei der Untersuchung der Torsionsdivergenz sieht ein sukzessives Steigern der Geschwindigkeit vor, bis Torsionsdivergenz auftritt. Dieser Zusammenhang wird hier nicht untersucht.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Eine schnelle und korrekte Einschätzung der Aeroelastizität ist bei der Entwicklung neuer Flugzeugkonzepte von großer Bedeutung. Kommen dabei Hochauftriebssysteme zum Einsatz, ist die Berücksichtigung der nichtlinearen Aerodynamik bei der Analyse notwendig. Mit dem Einsatz der Coandă-Klappe und einer formadaptiven Senknase wird die Möglichkeit untersucht, kurze Start- und Landebahnen bereits bestehender Flughäfen in einem größeren Maßstab für den Personenluftverkehr zu nutzen. Verschiedene Flugzeugkonzepte stehen dabei auch hinsichtlich ihrer Geräuschemissionen zur Diskussion, sodass eine hohe Flexibilität des Modells zur aeroelastischen Untersuchung von Vorteil ist. Diesen Anforderungen entsprechend, wird in der vorliegenden Arbeit ein reduziertes Modell zur Untersuchung der Aeroelastizität von Tragflügeln mit Hochauftriebssystemen weiterentwickelt.

Struktureseitig wird die Flexibilität mit dem Unterteilen des Strukturmodells in einzelne Substrukturen erreicht. Mit Hilfe der Modal-Reduktion werden die einzelnen Substrukturen anhand ihrer dynamischen Eigenschaften beschrieben. Die Kopplung der reduzierten Substrukturen im Modalraum zeigt, dass nur eine begrenzte Anzahl von Eigenschwingungsformen notwendig ist, um die maßgebenden dynamischen Eigenschaften der Gesamtstruktur abzubilden. Zudem führt die Parametrisierung der Tankfüllung und des Klappenanstellwinkels des Tragflügels im Modalraum dazu, dass beliebige Flugzustände untersucht werden können.

Die untersuchten Flugzeugentwürfe haben zwar unterschiedliche Geometrien, nutzen aber die selben Profilformen. Als Grundlage wird daher die zweidimensionale Profilaerodynamik stationär und instationär am Profil ohne und mit Senknase untersucht. Die tatsächliche, dreidimensionale Umströmung eines Tragflügels ist jedoch sehr viel komplexer. Damit die Effekte korrekt im reduzierten Modell abgebildet werden, wird die PRANDTL'sche Traglinientheorie genutzt und erweitert. Eine beliebige Wirbelanordnung entlang des Tragflügels wird integriert und der Einfluss eines rotierenden Triebwerks auf den lokalen Anstellwinkel am Tragflügel berücksichtigt. Der Vergleich mit den Ergebnissen dreidimensionaler Strömungssimulationen zeigt, dass die Anpassungen zu einer sehr guten Approximation führen. Mit der Traglinientheorie wird anhand des effektiven Anstellwinkels und der zweidimensionalen Profilaerodynamik jedoch nur der Auftriebsbeiwert bestimmt. Für den Nickmomentenbeiwert entlang des Tragflügels wird eine darauf aufbauende Korrektur gewählt, die im Vergleich mit den Ergebnissen der dreidimensionalen Strömungssimulationen ebenfalls zu guten Ergebnissen führt. Die effektiven Anstellwinkel zeigen, dass die Profilaerodynamik bis zu Anstellwinkeln von -30° untersucht werden muss. Bei stationären Strömungssimulationen zeigen sich zwei Besonderheiten an beiden untersuchten Profilformen. Zum einen nimmt der Auftriebsbeiwert für große Anstellwinkel zunächst kontrolliert ab, bevor die Strömung schlussendlich abreißt. Zum anderen zeigt der Nickmomentenverlauf unterhalb von Anstellwinkeln von -10° eine negative und darüber eine positive Steigung. Beide Besonderheiten sind auf die Coandă-Klappe zurückzuführen. Die Besonderheiten bei instationären Strömungen beziehen sich auf den Bereich von Anstellwinkeln unterhalb von -10° . Für beide Profilformen ist eine angefachte Nickschwingung bei niedrigen

Frequenzen vorhanden. Diese hängt mit der negativen Steigung der Nickmomentenbeiwerte zusammen und ist dementsprechend auf die Coandă-Klappe zurückzuführen. Zusätzlich ist für das Profil mit Senknase eine angefachte Biegeschwingung, ebenfalls für geringe Frequenzen, zu beobachten. Hier ist die mit der Senknase verstärkte Wirbelbildung auf der Unterseite des Profils ausschlaggebend.

Die Untersuchung des aeroelastischen Verhaltens erfolgt zunächst am Profilmodell und wird sukzessive bis zum Tragflügel mit Triebwerk und dreidimensionaler Aerodynamik erweitert. Bereits die Untersuchung am Profilmodell zeigt, dass die angefachte Biegeschwingung des Profils mit Senknase eine Gefährdung darstellen könnte. Die Nickschwingung liegt jedoch außerhalb des potentiell angefachten Frequenzbereiches, sodass hier keine Instabilitäten auftreten. Dies bestätigt sich auch für die weiterführenden Untersuchungen. Wird die Aerodynamik nach Streifentheorie ermittelt, liegen die beobachteten Instabilitäten vorrangig bei niedrigen Anstellwinkeln, die auf die angefachte Biegeschwingung am Profil zurückzuführen sind. Die Korrektur mit der Traglinientheorie führt zu einer Verschiebung der instabilen Bereiche. Für den Tragflügel mit Senknase tritt das Biegeflattern in flugrelevanten Anstellwinkelbereichen auf. Wird die Aerodynamik nach der Traglinientheorie ermittelt, zeigt sich, dass diese nicht im gesamten Untersuchungsgebiet konvergiert.

Zum Abschluss wird das entwickelte reduzierte Modell auf eine weitere Flugzeugkonfiguration angewendet. Das neue Strukturmodell wird vorgestellt und die Korrektur für die dreidimensionale Aerodynamik angepasst. Die Untersuchung zeigt auch hier, dass das Biegeflattern potentiell möglich ist. Am Tragflügel ohne Triebwerk treten sowohl bei zweidimensionaler als auch bei dreidimensionaler Aerodynamik Instabilitäten auf. Wird das Triebwerk berücksichtigt, weisen die Untersuchungen mit zweidimensionaler Aerodynamik sehr ähnliche instabile Bereiche auf. Mit der korrigierten Aerodynamik tritt erneut das Konvergenzproblem auf. In diesem Fall ist der Anstellwinkelbereich betroffen, in dem das Biegeflattern zu vermuten ist. Eine endgültige Aussage kann daher für die zweite Flügelkonfiguration nicht getroffen werden.

Mit dem hier entwickelten reduzierten Modell konnte gezeigt werden, dass die Aeroelastik von Tragflügeln mit Hochauftriebssystemen Phänomene bewirken kann, die zur Instabilität führen. Das reduzierte Modell kann für unterschiedliche Flugzeugkonfigurationen genutzt werden. Die Streifentheorie mit 3D-Korrektur, die zwar für ausgewählte Fälle eine gute Übereinstimmung mit der Aerodynamik aus dreidimensionalen Strömungssimulationen zeigt, konvergiert nicht für den gesamten Untersuchungsbereich. Grundsätzlich bietet das reduzierte Modell die Möglichkeit einer ersten Abschätzung potentieller Instabilitäten. Insbesondere die instabilen Bereiche müssen anhand eines hochaufgelösten Gesamtmodells überprüft und validiert werden.

Symbolverzeichnis

Allgemeines

Δ	Abweichung
$\det()$	Determinante
$()^H$	hermitesch Transponierte
$\hat{z}()$	Fourier-Transformation
$Im()$	Imaginärteil
$Re()$	Realteil
$()^T$	Transponierte

Griechische Buchstaben

α	Anstellwinkel	°
α_0	geometrischer Nullwinkel	°
α_e	effektiver Anstellwinkel	°
α_g	Einbauwinkel	°
α_i	induzierter Anstellwinkel	°
α_{AC}	globaler Flugzeuganstellwinkel	°
α_T	Trimmwinkel	°
δ	Dämpfungskoeffizient	s^{-1}
δ_{fl}	Hinterkantenklappenwinkel	°
η	dimensionslose Koordinate	—
γ_t	Wirbelstärke	$m\ s^{-1}$
γ_Γ	Korrekturfaktor der Zirkulation	—
λ	Eigenwert	s^{-1}
Ω	Erregerfrequenz	s^{-1}
ω	Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems	$rad\ s^{-1}$
ω_0	Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems	$rad\ s^{-1}$
ϕ	V-Stellung	°
ψ	Verwindung	°
ρ	Dichte	$kg\ m^{-3}$
φ	Pfeilwinkel	°
Γ	Zirkulation	$m^2\ s^{-1}$

Lateinische Buchstaben

A	Auftrieb	N
c	dimensionsloser Beiwert	—
c_μ	Impulsbeiwert	—

h	Hubverschiebung	m
i	imaginäre Einheit	$\sqrt{-1}$
k	reduzierte Frequenz	–
l	Profiltiefe	m
l_μ	Referenztiefe des Tragflügels	m
b_h	Halbspannweite	m
M	Nickmoment	N m
q_∞	dynamischer Druck der freien Anströmung	N m ⁻²
S	Referenzfläche	m ²
T	Schubkraft	N
V	Geschwindigkeit	m s ⁻¹
W	Widerstand	N
w_i	Abwindgeschwindigkeit	m s ⁻¹
x_N	Neutralpunktlage	m
y	Spannweitenkoordinate	m

Vektoren

\mathbf{g}	Eigengewicht
\mathbf{q}	generalisierte Koordinaten
\mathbf{r}	Vektor der Residuen
$\boldsymbol{\sigma}$	Lagrange-Multiplikatoren
$\hat{\mathbf{x}}$	Eigenvektor
\mathbf{x}_L	aerodynamische Freiheitsgrade

Matrizen

\mathbf{C}	Koppelmatrix
\mathbf{D}	Dämpfungsmatrix
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
\mathbf{L}	Luftkraftmatrix
$\boldsymbol{\omega}_0^2$	Diagonalmatrix der Quadrate der Eigenkreisfrequenzen
\mathbf{R}	Tangentenmatrix
$\hat{\mathbf{X}}$	Modalmatrix

Indizes

0	konstanter Anteil
α	Nickanteile
A	Auftrieb
D	Dämpfung
el	elastisch

Symbolverzeichnis

h	Hubanteile
<i>I</i>	Imaginärteil
∞	im Fernfeld
<i>i, j</i>	Zähler
K	Steifigkeit
<i>L</i>	linker Rand
<i>M</i>	Nickmoment
<i>N</i>	normiert
<i>n</i>	maximale Anzahl
opt	Optimum
<i>p</i>	Druck
<i>R</i>	Realteil
<i>r</i>	Flügelwurzel
ref	Referenzgröße
res	resultierend
r	reduziert
stat	stationär
<i>T</i>	Schub
<i>t</i>	Flügelspitze
<i>E</i>	Triebwerk
<i>W</i>	Widerstand
<i>Z</i>	rechter Rand

Literaturverzeichnis

- [1] E. ALBANO; W.P. RODDEN. A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows. *AIAA Journal*, 7(2):279–285, 1969. doi:10.2514/3.5086.
- [2] R.J. ALLEMANG. The Modal Assurance Criterion — Twenty Years of Use and Abuse. *Sound and Vibration*, 37(8):14–23, 2003.
- [3] R.J. ALLEMANG; D.L. BROWN. A correlation coefficient for modal vector analysis. In *Proceedings of the 1st international modal analysis conference*, 1:110–116. SEM Orlando, 1982.
- [4] M.A. BAKHLE; A.J. MAHAJAN; T.G. KEITH JR; G.L. STEFKO. Cascade Flutter Analysis with Transient Response Aerodynamics. 1991. doi:10.2514/6.1991-747.
- [5] W.F. BALLHAUS; P.M. GOORJIAN. Computation of Unsteady Transonic Flows by the Indicial Method. *AIAA Journal*, 16(2):117–124, 1978. doi:10.2514/3.60868.
- [6] K.-J. BATHE. *Finite-Elemente-Methoden*. Springer, 2002.
- [7] J.-B. BIOT; F. SAVART. Note sur le Magnétisme de la pile de Volta. *Annales de chimie et de physique*, 15:222–223, 1820.
- [8] L. BÖLKOW. *Ein Jahrhundert Flugzeuge: Geschichte und Technik des Fliegens*. Springer, 2013. doi:10.1007/978-3-642-95775-8.
- [9] J. BOUSSINESQ. *Essai sur la théorie des eaux courantes*. Imprimerie nationale, 1877.
- [10] T.M. BURKHART. Subsonic Transient Lifting Surface Aerodynamics. *Journal of Aircraft*, 14(1):44–50, 1977. doi:10.2514/3.58748.
- [11] M. BURNAZZI. *Design of Efficient High-Lift Configurations with Coanda Flaps*. PhD thesis, Technische Universität Braunschweig, 2017.
- [12] M. BURNAZZI; R. RADESPIEL. Design of a Droopnose Configuration for a Coanda Active Flap Application. In *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, p. 487, 2013. doi:10.2514/6.2013-487.
- [13] P.C. CHEN. Damping Perturbation Method for Flutter Solution: The g-Method. *AIAA Journal*, 38(9):1519–1524, 2000. doi:10.2514/2.1171.
- [14] A.R. COLLAR. The Expanding Domain of Aeroelasticity. *The Aeronautical Journal*, 50(428):613–636, 1946. doi:10.1017/S0368393100120358.
- [15] R. CRAIG; M. BAMPTON. Coupling of Substructures for Dynamic Analyses. *AIAA Journal*, 6(7):1313–1319, 1968. doi:10.2514/3.4741.

- [16] R. CRAIG JR. Coupling of substructures for dynamic analyses: An overview. In *41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, p. 1573, 2000. doi:10.2514/6.2000-1573.
- [17] R.R. CRAIG JR; C.-J. CHANG. Substructure coupling for dynamic analysis and testing. Technical report, NASA/CR-2781, 1977.
- [18] M. DARECKI; C. EDELSTENNE; T. ENDERS; E. FERNANDEZ; P. HARTMAN; J.-P. HERTEMAN; M. KERKLOH; I. KING; P. KY; M. MATHIEU; OTHERS. Flightpath 2050 Europe's Vision for Aviation. *Report of the High Level Group on Aviation Research*, 2011. doi:10.2777/50266.
- [19] J. DELFS; C. APPEL; P. BERNICKE; C. BLECH; J. BLINSTRUB; C. HEYKENA; P. KUMAR; K. KUTSCHER; N. LIPPITZ; L. ROSSIAN; L. SAVONI; M. LUMMER. Aircraft and technology for low noise short take-off and landing. In *35th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2017. doi:10.2514/6.2017-3558.
- [20] D. DINKLER; I. KRUKOW. Flutter of circulation-controlled wings. *CEAS Aeronautical Journal*, 6(4):589–598, 2015. doi:10.1007/s13272-015-0166-z.
- [21] E.H. DOWELL; H.C. CURTISS; R.H. SCANLAN; F. SISTO. *A Modern Course in Aeroelasticity*. Springer, 1989. doi:10.1007/978-94-015-7858-5.
- [22] E.H. DOWELL; K.C. HALL. Modeling of Fluid-Structure Interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33(1):445–490, 2001. doi:10.1146/annurev.fluid.33.1.445.
- [23] W.J. DUNCAN. Flutter of Systems with Many Freedoms. 1948.
- [24] EASA. Certification Specifications for Large Aeroplanes CS-25. 2020.
- [25] V.M. FALKNER. The Calculation of Aerodynamic Loading on Surfaces of Any Shape. *Reports and Memoranda*, 1043(1910), 1943.
- [26] C. FARHAT; D. AMSALLEM. Recent Advances in Reduced-Order modeling and Application to Nonlinear Computational Aeroelasticity. In *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2008. doi:10.2514/6.2008-562.
- [27] H.W. FÖRSCHING. *Grundlagen der Aeroelastik*. Springer, 1974. doi:10.1007/978-3-642-48285-4.
- [28] M. FÖRSTER. *Aeroelastische Stabilitäts-und Antwortanalyse auf Basis numerischer Strömungssimulation*. PhD thesis, Technische Universität München, 2016.
- [29] R. FREYMAN. *Strukturdynamik: Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch*. Springer, 2011. doi:10.1007/978-3-642-19698-0.
- [30] J. FRÖHLICH. *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. Wiesbaden, Vieweg+Teubner Verlag, 2006. doi:10.1007/978-3-8351-9051-1.

- [31] I.E. GARRICK. Propulsion of a flapping and oscillating Airfoil. *National Advisory Committee for Aeronautics, Annual Report*, (567):419–427, 1936.
- [32] R. GASCH; K. KNOTHE; R. LIEBICH. *Strukturdynamik: Diskrete Systeme und Kontinua*. Springer, 2012. doi:10.1007/978-3-540-88977-9.
- [33] P.R. GLIEBE; B.A. JANARDAN. Ultra-High Bypass Engine Aeroacoustic Study. Technical report, NASA/CR—2003-212525, 1993.
- [34] R.L. GOLDMAN. Vibration Analysis by Dynamic Partitioning. *AIAA Journal*, 7(6):1152–1154, 1969. doi:10.2514/3.5290.
- [35] G.H. GOLUB; R. UNDERWOOD. The Block Lanczos Method for Computing Eigenvalues. In *Mathematical Software*, p. 361 – 377. Academic Press, 1977. doi:10.1016/B978-0-12-587260-7.50018-2.
- [36] G.S.L. GOURA. *Time Marching Analysis of Flutter Using Computational Fluid Dynamics*. PhD thesis, University of Glasgow, 2001.
- [37] D. GREENBLATT; I.J. WYGNANSKI. The control of flow separation by periodic excitation. *Progress in Aerospace Sciences*, 36(7):487–545, 2000. doi:10.1016/S0376-0421(00)00008-7.
- [38] J.H. GREIDANUS. Low-speed flutter. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 16(2):127–128, 1949.
- [39] D.J. HAAS; I. CHOPRA. Static Aeroelastic Characteristics of Circulation Control Wings. *Journal of Aircraft*, 25(10):948–954, 1988. doi:10.2514/3.45684.
- [40] D.J. HAAS; I. CHOPRA. Flutter of Circulation Control Wings. *Journal of Aircraft*, 26(4):373–381, 1989. doi:10.2514/3.45770.
- [41] S. HAMMARLING; C.J. MUNRO; F. TISSEUR. An Algorithm for the Complete Solution of Quadratic Eigenvalue Problems. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 39(3):18, 2013. doi:10.1145/2450153.2450156.
- [42] H.J. HASSIG. An Approximate True Damping Solution of the Flutter Equation by Determinant Iteration. *Journal of Aircraft*, 8(11):885–889, 1971. doi:10.2514/3.44311.
- [43] W. HEINZE. *Ein Beitrag zur quantitativen Analyse der technischen und wirtschaftlichen Auslegungsgrenzen verschiedener Flugzeugkonzepte für den Transport großer Nutzlasten*. PhD thesis, TU Braunschweig, 1994.
- [44] W. HEINZE. *Main Data Sheet. A/C Type: REF2-2015 BASIS*. 2017.
- [45] W. HEINZE. *Main Data Sheet. A/C Type: REF3-2015 BASIS*. 2017.
- [46] J.R. HOOKER; C. ZEUNE; A. AGELASTOS. Over Wing Nacelle Installations for Improved Energy Efficiency. In *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2013. doi:10.2514/6.2013-2920.

- [47] D. HUMMEL. *Aerodynamik: Einführung in die Profiltheorie*. Fachbereich Maschinenbau der TU Braunschweig, 2003.
- [48] W.C. HURTY. Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes. *AIAA Journal*, 3(4):678–685, 1965. doi:10.2514/3.2947.
- [49] C. JENSCH; K.C. PFINGSTEN; R. RADESPIEL; M. SCHUERMANN; M. HAUPT; S. BAUSS. Design aspects of a gapless high-lift system with active blowing. In *Proceedings Deutscher Luft-und Raumfahrtkongress*, 58:168–189, 2009.
- [50] R.T. JONES. Correction of the Lifting-Line Theory for the Effect of the Chord. *National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Notes*, (817), 1941.
- [51] N. JOUKOWSKY. Über die Konturen der Tragflächen der Drachenflieger. *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt*, 1:281–284, 1910.
- [52] J. KATZ; A. PLOTKIN. *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge University Press, 2001.
- [53] D. KELLER. Numerical Investigation of the Dynamic Behavior of a High-Lift Configuration with Circulation Control. In *33rd AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2015. doi:10.2514/6.2015-2571.
- [54] D. KELLER; R. RUDNIK. Numerical Investigation of Engine Effects on a Transport Aircraft with Circulation Control. *Journal of Aircraft*, 52(2):421–438, 2015. doi:10.2514/1.C032724.
- [55] D. DE KLERK; D.J. RIXEN; S.N. VOORMEEREN. General Framework for Dynamic Substructuring: History, Review and Classification of Techniques. *AIAA Journal*, 46(5):1169–1181, 2008. doi:10.2514/1.33274.
- [56] G.K. KORBACHER. Aerodynamics of Powered High-Lift Systems. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 6(1):319–358, 1974. doi:10.1146/annurev.fl.06.010174.001535.
- [57] I. KRUKOW. *Flatterverhalten eines Flügels mit Coanda-Klappe*. PhD thesis, Technische Universität Braunschweig, 2020.
- [58] I. KRUKOW; D. DINKLER. A reduced-order model for the investigation of the aeroelasticity of circulation-controlled wings. *CEAS Aeronautical Journal*, 5(2):145–156, 2014. doi:10.1007/s13272-013-0097-5.
- [59] D. KUCHEMANN. A Simple Method for Calculating the Span and Chordwise Loading on Straight and Swept Wings of any Given Aspect Ratio at Subsonic Speeds. Technical report, Aeronautical Research Council London, 1952.
- [60] W.M. KUTTA. Auftriebskräfte in strömenden Flüssigkeiten. *Illustrierte Aeronautische Mitteilungen*, p. 133–135, 1902.

- [61] F.W. LANCHESTER. *Aerodynamics: Constituting the First Volume of a Complete Work on Aerial Flight*. A. Constable & Co., Limited, 1907.
- [62] E. LAURIEN; H. OERTEL JR. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer, 2018. doi : 10.1007/978-3-658-21060-1.
- [63] M.J. LIGHTHILL. Notes on the Deflection of Jets by Insertion of Curved Surfaces, and on the Design of Bends in Wind Tunnels. Technical report, Aeronautical Research Council London, 1945.
- [64] P. LISANDRIN; G. CARPENTIERI; M. VAN TOOREN. An Investigation over CFD-Based Models for the Identification of Nonlinear Unsteady Aerodynamics Responses. *AIAA Journal*, 44(9):2043–2050, 2006. doi : 10.2514/1.18726.
- [65] D.J. LUCIA; P.S. BERAN; W.A. SILVA. Reduced-order modeling: new approaches for computational physics. *Progress in Aerospace Sciences*, 40(1-2):51–117, 2004. doi : 10.1016/j.paerosci.2003.12.001.
- [66] R.H. MACNEAL. A hybrid method of component mode synthesis. *Computers & Structures*, 1(4):581–601, 1971. doi : 10.1016/0045-7949(71)90031-9.
- [67] A.N. MARQUES; J.L. F. AZEVEDO. Application of CFD-Based Unsteady Forces for Efficient Aeroelastic Stability Analyses. *Journal of Aircraft*, 44(5):1499–1512, 2007. doi : 10.2514/1.27510.
- [68] A.N. MARQUES; C.F.C. SIMÕES; J.L.F. AZEVEDO. Unsteady aerodynamic forces for aeroelastic analysis of two-dimensional lifting surfaces. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 28(4):474–484, 2006. doi : 10.1590/S1678-58782006000400013.
- [69] F.R. MENTER. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, 1994. doi : 10.2514/3.12149.
- [70] F.R. MENTER; M. KUNTZ; R. LANGTRY. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 4(1):625–632, 2003.
- [71] S.A. MORTON; R.B. MELVILLE; M.R. VISBAL. Accuracy and Coupling Issues of Aeroelastic Navier-Stokes solutions on Deforming Meshes. *Journal of Aircraft*, 35(5):798–805, 1998. doi : 10.2514/2.2372.
- [72] T.S. MÜLLER; H. HENNINGS. Structural dynamic influence of an UHBR engine on a coanda-wing. International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, 2017.
- [73] N. NEUERT; D. DINKLER. Aeroelastic behaviour of a parameterised circulation-controlled wing. *CEAS Aeronautical Journal*, 10(3):955–964, 2019. doi : 10.1007/s13272-018-0348-6.

- [74] N. NEUERT; D. DINKLER. Aeroelastic behaviour of a wing with over-the-wing mounted UHBR engine. *CEAS Aeronautical Journal*, 11(4):1045–1055, 2020. doi:10.1007/s13272-020-00467-6.
- [75] N. NEUERT; I. KRUKOW; D. DINKLER. Aeroelastic Instabilities of Wings with Active High-Lift Devices—A Reduced-Order Model. In *Fundamentals of High Lift for Future Civil Aircraft*, p. 479–494. Springer, 2020. doi:10.1007/978-3-030-52429-6_29.
- [76] B. NOLL. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer, 1993. doi:10.1007/978-3-642-84960-2.
- [77] K.C. PFINGSTEN; R. RADESPIEL. Experimental and numerical investigation of a circulation control airfoil. In *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2009. doi:10.2514/6.2009-533.
- [78] L. PRANDTL. Tragflügeltheorie, I. Mitteilung. *Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematische-Physikalische Klasse*, p. 151–177, 1918.
- [79] R. RADESPIEL; W. HEINZE. SFB 880: fundamentals of high lift for future commercial aircraft. *CEAS Aeronautical Journal*, 5(3):239–251, 2014. doi:10.1007/s13272-014-0103-6.
- [80] R. RADESPIEL; W. HEINZE; L. BERTSCH. High-Lift Research for Future Transport Aircraft. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, 2017.
- [81] R.D. RAUSCH; H.T.Y. YANG; J.T. BATINA. Euler Flutter Analysis of Airfoils Using Unstructured Dynamic Meshes. *Journal of Aircraft*, 27(5):436–443, 1990. doi:10.2514/3.25295.
- [82] D.E. RAVEH. Reduced-Order Models for Nonlinear Unsteady Aerodynamics. *AIAA Journal*, 39(8):1417–1429, 2001. doi:10.2514/2.1473.
- [83] H. REISSNER. Neuere Probleme aus der Flugzeugstatik. *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt*, 17:137–146, 179–192, 384–393, 1926.
- [84] O. REYNOLDS. An Experimental Investigation of the Circumstances which determine whether the Motion of Water shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (174):935–982, 1883. doi:10.1098/rstl.1883.0029.
- [85] O. REYNOLDS. On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (186):123–164, 1895. doi:10.1098/rsta.1895.0004.
- [86] D.J. RIXEN. A dual Craig-Bampton method for dynamic substructuring. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 168(1-2):383–391, 2004. doi:10.1016/j.cam.2003.12.014.

- [87] B.A. ROBINSON; J.T. BATINA; H.T.Y. YANG. Aeroelastic analysis of wings using the Euler equations with a deforming mesh. *Journal of Aircraft*, 28(11):781–788, 1991. doi:10.2514/6.1990-1032.
- [88] W.P. RODDEN; R.L. HARDER; E.D. BELLINGER. *Aeroelastic addition to NASTRAN*, volume 3094. National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Office, 1979.
- [89] C.-C. ROSSOW; K. WOLF; P. HORST. *Handbuch der Luftfahrzeugtechnik*. Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, 2014.
- [90] H. SCHLICHTING; E.A. TRUCKENBRODT. *Aerodynamik des Flugzeuges: Zweiter Band: Aerodynamik des Tragflügels (Teil II), des Rumpfes, der Flügel-Rumpf-Anordnung und der Leitwerke*. Springer, 2001. doi:10.1007/978-3-642-56910-4.
- [91] F.G. SCHMITT. About Boussinesq’s turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity. *Comptes Rendus Mécanique*, 335(9-10):617–627, 2007. doi:10.1016/j.crme.2007.08.004.
- [92] D. SCHWAMBORN; A.D. GARDNER; H. VON GEYR; A. KRUMBEIN; H. LÜDEKE; A. STÜRMER. Development of the DLR TAU-code for aerospace applications. In *International Conference on Aerospace Science and Technology*, p. 26–28. National Aerospace Laboratories Bangalore, India, 2008.
- [93] R. SCHWARZE. *CFD-Modellierung: Grundlagen und Anwendungen bei Strömungsprozessen*. Springer, 2013. doi:10.1007/978-3-642-24378-3.
- [94] W.A. SILVA. *Discrete-time linear and nonlinear aerodynamic impulse responses for efficient CFD analyses*. PhD thesis, College of William & Mary, Williamsburg, Virginia, 1997.
- [95] A.M.O. SMITH. High-Lift Aerodynamics. *Journal of Aircraft*, 12(6), 1975. doi:10.2514/3.59830.
- [96] K. SOMMERWERK; M.C. HAUPT; P. HORST. Aeroelastic Performance Assessment of a Wing with Coanda Effect Circulation Control via Fluid-Structure Interaction. In *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2013. doi:10.2514/6.2013-2791.
- [97] K. SOMMERWERK; B. MICHELS; M.C. HAUPT; P. HORST. Influence of engine modeling on structural sizing and approach aerodynamics of a circulation controlled wing. *CEAS Aeronautical Journal*, 9(1):219–233, 2018. doi:10.1007/s13272-018-0290-7.
- [98] P. SPALART; S. ALLMARAS. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, p. 439, 1992. doi:10.2514/6.1992-439.

- [99] P.R. SPALART. Detached-Eddy Simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41:181–202, 2009. doi:10.1146/annurev.fluid.010908.165130.
- [100] T. THEODORSEN. General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter. *National Advisory Committee for Aeronautics, Annual Report*, (496):413–433, 1934.
- [101] M. TOBAK. On the use of the indicial-function concept in the analysis of unsteady motions of wings and wing-tail combinations. *National Advisory Committee for Aeronautics, Report*, (1188), 1954.
- [102] P. VACHER; B. JACQUIER; A. BUCHARLES. Extensions of the MAC criterion to complex modes. In *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering*, p. 2713–2726, 2010.
- [103] L.H. VAN ZYL. Use of Eigenvectors in the Solution of the Flutter Equation. *Journal of Aircraft*, 30(4):553–554, 1993. doi:10.2514/3.46380.
- [104] L.L.M. VELDHUIS. *Propeller Wing Aerodynamic Interference*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2005.
- [105] H. WAGNER. Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln. 1924.
- [106] C.Y. WANG. Exact Solutions of the Steady-State Navier-Stokes Equations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23(1):159–177, 1991. doi:10.1146/annurev.fl.23.010191.001111.
- [107] J. WEISSINGER. Über eine Erweiterung der Prandtlschen Theorie der tragenden Linie. *Mathematische Nachrichten*, 2(1-2):45–106, 1949. doi:10.1002/mana.19490020105.
- [108] D.C. WILCOX. Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. *AIAA Journal*, 26(11):1299–1310, 1988. doi:10.2514/3.10041.
- [109] N. WOOD; J. NIELSEN. Circulation control airfoils – Past, present, future. In *23rd Aerospace Sciences Meeting*, p. 204, 1985. doi:10.2514/6.1985-204.
- [110] T. YOUNG. Outlines of experiments and inquiries respecting sound and light. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (90):106–150, 1800. doi:10.1098/rspl.1800.0006.
- [111] O.C. ZIENKIEWICZ; R.L. TAYLOR; J.Z. ZHU. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, volume 7. Elsevier, 2013. doi:10.1016/C2009-0-24909-9.

A Partielle Ableitungen der 3D-Korrektur

A.1 Gleichungssystem mit sechs Freiheitsgraden

Die partiellen Ableitungen ergeben sich entsprechend der Residuen aus Gleichung (4.35) und (4.36) an jedem Streifen s zu

$$\frac{\partial r_{c_{A,i}}}{\partial \alpha_{e,i}} = \frac{\partial (c_{A,i} - c_A(\delta_{fl, c_\mu, \alpha_{e,i}}))}{\partial \alpha_{e,i}} = -c_{A,\alpha}(\delta_{fl, c_\mu, \alpha_{e,i}}) \quad (\text{A.1})$$

und

$$\frac{\partial r_{\Gamma,i}}{\partial c_{A,i}} = \frac{\partial \left(\Gamma_i - \frac{V_\infty l_i c_{A,i}}{2} \right)}{\partial c_{A,i}} = -\frac{V_\infty l_i}{2}. \quad (\text{A.2})$$

Für die partielle Ableitung von Gleichung (4.37) muss entsprechend den Gleichungen (4.41) bis (4.43) eine Fallunterscheidung getroffen werden. In Feldmitte gilt

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,i}}}{\partial \Gamma_{i+1}} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,i} - \frac{1}{b_h} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \Big|_i \right)}{\partial \Gamma_{i+1}} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,i} - \frac{1}{b_h} \frac{\Gamma_{i+1} - \Gamma_{i-1}}{\eta_{i+1} - \eta_{i-1}} \right)}{\partial \Gamma_{i+1}} = -\frac{1}{b_h(\eta_{i+1} - \eta_{i-1})} \quad (\text{A.3})$$

und

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,i}}}{\partial \Gamma_{i-1}} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,i} - \frac{1}{b_h} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \Big|_i \right)}{\partial \Gamma_{i-1}} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,i} - \frac{1}{b_h} \frac{\Gamma_{i+1} - \Gamma_{i-1}}{\eta_{i+1} - \eta_{i-1}} \right)}{\partial \Gamma_{i-1}} = -\frac{-1}{b_h(\eta_{i+1} - \eta_{i-1})}. \quad (\text{A.4})$$

Der Randstern am linken Rand führt zu

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,1}}}{\partial \Gamma_1} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,1} - \frac{1}{b_h} \frac{-3\Gamma_1 + 4\Gamma_2 - \Gamma_3}{\eta_3 - \eta_1} \right)}{\partial \Gamma_1} = -\frac{-3}{b_h(\eta_3 - \eta_1)} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,1}}}{\partial \Gamma_2} = -\frac{4}{b_h(\eta_3 - \eta_1)} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,1}}}{\partial \Gamma_3} = -\frac{-1}{b_h(\eta_3 - \eta_1)} \quad (\text{A.7})$$

und der am rechten Rand entsprechend zu

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,n}}}{\partial \Gamma_n} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,n} - \frac{1}{b_h} \frac{3\Gamma_n - 4\Gamma_{n-1} + \Gamma_{n-2}}{\eta_n - \eta_{n-2}} \right)}{\partial \Gamma_n} = -\frac{3}{b_h(\eta_n - \eta_{n-2})} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,n}}}{\partial \Gamma_{n-1}} = -\frac{-4}{b_h(\eta_n - \eta_{n-2})} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,n}}}{\partial \Gamma_{n-2}} = -\frac{1}{b_h(\eta_n - \eta_{n-2})}. \quad (\text{A.10})$$

Die Ableitung der Abwindgeschwindigkeit folgt zu

$$\frac{\partial r_{w_i,i}}{\partial \gamma_{t,j}} = \frac{\partial \left(w_{i,i} - \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\gamma_{t,j} b_j}{\eta_i - \eta_j} \right)}{\partial \gamma_{t,j}} = -\frac{b_j}{4\pi(\eta_i - \eta_j)}, \quad (\text{A.11})$$

wodurch die Auswirkung des Abwinds am Streifen i auf jeweils alle anderen Streifen $j \neq i$ beschrieben wird.

Die partielle Ableitung des induzierten Anstellwinkels α_i nach dem Abwind w_i folgt mit der allgemeinen Ableitung

$$\frac{\partial \arctan(x)}{\partial x} = \frac{1}{1+x^2} \quad (\text{A.12})$$

zu

$$\frac{\partial r_{\alpha_i,i}}{\partial w_{i,i}} = \frac{\partial \left(\alpha_{i,i} - \arctan\left(\frac{w_{i,i}}{V_\infty}\right) \right)}{\partial w_{i,i}} = \frac{-1}{1 + \left(\frac{w_{i,i}}{V_\infty}\right)^2} \frac{\partial \left(\frac{w_{i,i}}{V_\infty}\right)}{\partial w_{i,i}} = \frac{-1}{1 + \left(\frac{w_{i,i}}{V_\infty}\right)^2} \frac{1}{V_\infty}. \quad (\text{A.13})$$

Zuletzt ergibt sich die Ableitung des effektiven Anstellwinkels nach dem induzierten Anstellwinkel zu

$$\frac{\partial r_{\alpha_e,i}}{\partial \alpha_{i,i}} = \frac{\partial (\alpha_{e,i} - \alpha_{g,i} + \alpha_{i,i})}{\partial \alpha_{i,i}} = 1. \quad (\text{A.14})$$

A.1.1 Beliebige Wirbelanordnung

Die in Abbildung 4.45 dargestellte Wirbelanordnung und deren Einfluss auf die Strömungsverhältnisse muss berücksichtigt werden. Jeder Wirbel stellt dabei eine Störung dar und kann jeweils als Rand betrachtet werden. Abbildung A.1 stellt die nachfolgend verwendeten Indizes in Abhängigkeit der Lage des Wirbels v dar.

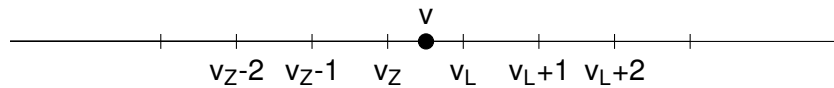


Abb. A.1: Indizes für die Herleitung beliebiger Wirbelanordnung

Dementsprechend stellen die drei Streifen links vom Wirbel das rechte, und die drei Streifen rechts vom Wirbel das linke Ende des jeweiligen Flügelabschnitts dar.

Zunächst lassen sich die Randsterne aus Gleichung (4.42) und (4.43) für den linken Rand

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right|_{v_L} \approx \frac{-3\Gamma_{v_L} + 4\Gamma_{v_L+1} - \Gamma_{v_L+2}}{\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L}} \quad (\text{A.15})$$

und für den rechten Rand

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right|_{v_Z} \approx \frac{3 \Gamma_{v_Z} - 4 \Gamma_{v_Z-1} + \Gamma_{v_Z-2}}{\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2}} \quad (\text{A.16})$$

verallgemeinern. Die Zirkulation an den Rändern neben einem Wirbel ergeben sich entsprechend der Gleichungen in (4.46) zu

$$\Gamma_Z \approx \Gamma_{v_Z} + \gamma_{t,v_Z} (\eta_v - \eta_{v_Z}) b_h \quad (\text{A.17})$$

und

$$\Gamma_L \approx \Gamma_{v_L} - \gamma_{t,v_L} (\eta_{v_L} - \eta_v) b_h. \quad (\text{A.18})$$

Für die Ableitung der Residuen der Randsterne folgt damit am linken Rand

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,v_L}}}{\partial \Gamma_{v_L}} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,v_L} - \frac{1}{b_h} \frac{-3 \Gamma_{v_L} + 4 \Gamma_{v_L+1} - \Gamma_{v_L+2}}{\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L}} \right)}{\partial \Gamma_{v_L}} = -\frac{-3}{b_h(\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L})} \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,v_L}}}{\partial \Gamma_{v_L+1}} = -\frac{4}{b_h(\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L})} \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,v_L}}}{\partial \Gamma_{v_L+2}} = -\frac{-1}{b_h(\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L})} \quad (\text{A.21})$$

und am rechten Rand

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,v_Z}}}{\partial \Gamma_{v_Z}} = \frac{\partial \left(\gamma_{t,v_Z} - \frac{1}{b_h} \frac{3 \Gamma_{v_Z} - 4 \Gamma_{v_Z-1} + \Gamma_{v_Z-2}}{\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2}} \right)}{\partial \Gamma_{v_Z}} = -\frac{3}{b_h(\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2})} \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,v_Z}}}{\partial \Gamma_{v_Z-1}} = -\frac{-4}{b_h(\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2})} \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial r_{\gamma_{t,v_Z}}}{\partial \Gamma_{v_Z-2}} = -\frac{1}{b_h(\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2})}. \quad (\text{A.24})$$

Die zusätzlichen Terme in der Beschreibung des Abwinds infolge der Zirkulation entsprechend Gleichung (4.57) müssen dabei sowohl nach der Wirbelstärke γ_t als auch nach der Zirkulation Γ abgeleitet werden. Für den Wirbeleinfluss am linken Rand ergibt sich einerseits

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{w_{i,v}}}{\partial \gamma_{t,v_L}} &= \frac{\partial \left(w_{i,v} - \frac{\gamma_{\Gamma v} \Gamma_L}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_v)} \right)}{\partial \gamma_{t,v_L}} = \frac{\partial \left(w_{i,v} - \frac{\gamma_{\Gamma v} (\Gamma_{v_L} - \gamma_{t,v_L} (\eta_{v_L} - \eta_v) b_h)}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_v)} \right)}{\partial \gamma_{t,v_L}} \\ &= -\gamma_{\Gamma v} \frac{-(\eta_{v_L} - \eta_v)}{4\pi(\eta_i - \eta_v)} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

und andererseits

$$\frac{\partial r_{w_{i,v}}}{\partial \Gamma_{v_L}} = -\gamma_{\Gamma v} \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_v)}. \quad (\text{A.26})$$

Entsprechend folgt für den rechten Rand

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{w_{i,v}}}{\partial \gamma_{t,vZ}} &= \frac{\partial \left(w_{i,v} - \frac{\gamma_{\Gamma v} \Gamma_Z}{4\pi b_h (\eta_v - \eta_i)} \right)}{\partial \gamma_{t,vZ}} = \frac{\partial \left(w_{i,v} - \frac{\gamma_{\Gamma v} (\Gamma_{vZ} + \gamma_{t,vZ} (\eta_v - \eta_{vZ}) b_h)}{4\pi b_h (\eta_v - \eta_i)} \right)}{\partial \gamma_{t,vZ}} \\ &= -\gamma_{\Gamma v} \frac{(\eta_v - \eta_{vZ})}{4\pi (\eta_v - \eta_i)} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

und

$$\frac{\partial r_{w_{i,v}}}{\partial \Gamma_{vZ}} = -\gamma_{\Gamma v} \frac{1}{4\pi b_h (\eta_v - \eta_i)}. \quad (\text{A.28})$$

A.2 Gleichungssystem mit einem Freiheitsgrad

Entsprechend der vorherigen Erläuterungen ergibt sich auch hier die jeweilige Ableitung aus der Ableitung der Auftriebsbeiwerte

$$\frac{\partial c_A(\alpha_{e,i})}{\partial \dot{\alpha}_{el}} = c_{A,\dot{\alpha}}|_{\alpha_{e,i}} \quad \text{und} \quad \frac{\partial c_A(\alpha_{e,i})}{\partial \dot{h}} = c_{A,\dot{h}}|_{\alpha_{e,i}}. \quad (\text{A.29})$$

Die Herleitung erfolgt für $\mathbf{K}_{\alpha_i \alpha_{el}}$. Für eine übersichtliche Darstellung wird nachfolgend

$$c_A(\alpha_{e,j}) = c_{Aj} \quad \text{und} \quad c_{A,\alpha}|_{\alpha_{e,j}} = c_{A,\alpha j} \quad (\text{A.30})$$

genutzt. Die Ableitung des Arkustangens aus Gleichung (4.91) bzw. (4.92) ist dabei mit

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{el,j}} \arctan \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right) = \frac{1}{1 + \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right)^2} \frac{\partial \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right)}{\partial \alpha_{el,j}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{w_{i,j}}{V_\infty} \right)^2} \frac{w_{ij,\alpha}}{V_\infty} \quad (\text{A.31})$$

zu bestimmen. Entsprechend der herangehensweise in Gleichung (4.41) bis (4.43) und den zusätzlichen Randwirbeln beschrieben in Gleichung (4.48) kann die Ableitung des Abwinds unterteilt werden, sodass

$$w_{ij,\alpha} = \sum_{\substack{j=2 \\ j \neq i}}^{j=n-1} w_{ij,\alpha} + w_{i1,\alpha} + w_{in,\alpha} + w_{iL,\alpha} + w_{iZ,\alpha}, \quad (\text{A.32})$$

wobei der erste Term den Anteil in Feldmitte, der zweite und dritte die Randsterne links und rechts und der vierte und fünfte Term die Randwirbel links und rechts beschreiben.

Randstern links Für den Abwind am ersten Streifen ergibt sich mit der Wirbelstärke nach Gleichung (4.42) und der Zirkulation nach Gleichung (2.25)

$$\begin{aligned} w_{i1} &= \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_1} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \Big|_1 \right] \\ &= \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_1} \left[\frac{-3(l_1 c_{A1}) + 4(l_2 c_{A2}) - (l_3 c_{A3})}{\eta_3 - \eta_1} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2}, \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

sodass für die Ableitung nach $\alpha_{el,j}$ die Streifen 1 bis 3 separat betrachtet werden müssen und sich die Ableitung in der Ableitung des Auftriebsbeiwertes c_A wiederfindet. Für $j = 1$ gilt

$$\frac{\partial w_{i1}}{\partial \alpha_{el,1}} = \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_1} \left[\frac{-3(l_1 c_{A,\alpha 1})}{\eta_3 - \eta_1} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2}, \quad (\text{A.34})$$

für $j = 2$

$$\frac{\partial w_{i1}}{\partial \alpha_{el,2}} = \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_1} \left[\frac{4(l_2 c_{A,\alpha 2})}{\eta_3 - \eta_1} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2} \quad (\text{A.35})$$

und für $j = 3$

$$\frac{\partial w_{i1}}{\partial \alpha_{el,3}} = \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_1} \left[\frac{-(l_3 c_{A,\alpha 3})}{\eta_3 - \eta_1} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2}. \quad (\text{A.36})$$

Für $j > 3$ ergibt sich die Ableitung zu Null und der Term entfällt.

Randstern rechts Analog gilt für den Abwind am letzten Streifen

$$\begin{aligned} w_{in} &= \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_n} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \Big|_n \right] \\ &= \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_n} \left[\frac{3(l_n c_{An}) - 4(l_{n-1} c_{An-1}) + (l_{n-2} c_{An-2})}{\eta_n - \eta_{n-2}} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2}, \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

und für die Ableitungen nach den elastischen Anstellwinkeln der drei letzten Streifen $j = n$

$$\frac{\partial w_{in}}{\partial \alpha_{el,n}} = \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_n} \left[\frac{3(l_n c_{A,\alpha n})}{\eta_n - \eta_{n-2}} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2}, \quad (\text{A.38})$$

$j = n - 1$

$$\frac{\partial w_{in}}{\partial \alpha_{el,n-1}} = \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_n} \left[\frac{-4(l_{n-1} c_{A,\alpha n-1})}{\eta_n - \eta_{n-2}} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2} \quad (\text{A.39})$$

und $j = n - 2$

$$\frac{\partial w_{in}}{\partial \alpha_{el,n-2}} = \frac{1}{4\pi b_h} \cdot \frac{b_1}{\eta_i - \eta_n} \left[\frac{(l_{n-2} c_{A,\alpha n-2})}{\eta_n - \eta_{n-2}} \right] \cdot \frac{V_\infty}{2}. \quad (\text{A.40})$$

Randkorrektur links Nach Gleichung (4.57) und dem linken Randwirbel in Gleichung (4.46) ergibt sich der Abwind infolge der Randkorrektur am Rumpf zu

$$\begin{aligned} w_{iL} &= \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_L)} \cdot \gamma_{\Gamma L} \left[\frac{V_\infty}{2} l_1 c_{A1} - \frac{1}{b_h} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \Big|_1 \right] (\eta_1 - \eta_L) b_h \right] \\ &= \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_L)} \cdot \gamma_{\Gamma L} \left[\frac{V_\infty}{2} l_1 c_{A1} - \left[\frac{-3(l_1 c_{A1}) + 4(l_2 c_{A2}) - (l_3 c_{A3})}{\eta_3 - \eta_1} \right] \frac{V_\infty}{2} (\eta_1 - \eta_L) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Die Ableitungen sind erneut an jedem Streifen zu betrachten, sodass sich für $j = 1$

$$\frac{\partial w_{iL}}{\partial \alpha_{el,1}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_L)} \cdot \gamma_{\Gamma L} \left[l_1 c_{A,\alpha 1} - \frac{-3(l_1 c_{A,\alpha 1})}{\eta_3 - \eta_1} (\eta_1 - \eta_L) \right] \frac{V_\infty}{2}, \quad (\text{A.42})$$

für $j = 2$

$$\frac{\partial w_{iL}}{\partial \alpha_{el,2}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_L)} \cdot \gamma_{\Gamma L} \left[-\frac{4(l_2 c_{A,\alpha 2})}{\eta_3 - \eta_1} (\eta_1 - \eta_L) \right] \frac{V_\infty}{2} \quad (\text{A.43})$$

und für $j = 3$

$$\frac{\partial w_{iL}}{\partial \alpha_{el,3}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_L)} \cdot \gamma_{\Gamma L} \left[-\frac{(l_3 c_{A,\alpha 3})}{\eta_3 - \eta_1} (\eta_1 - \eta_L) \right] \frac{V_\infty}{2} \quad (\text{A.44})$$

ergibt.

Randkorrektur rechts Analog dazu ist der Abwind an der Flügelspitze mit

$$\begin{aligned} w_{iZ} &= \frac{1}{4\pi b_h(\eta_Z - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma Z} \left[\frac{V_\infty}{2} l_n c_{An} + \frac{1}{b_h} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right]_n (\eta_Z - \eta_n) b_h \right] \\ &= \frac{1}{4\pi b_h(\eta_Z - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma Z} \left[\frac{V_\infty}{2} l_n c_{An} \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{3(l_n c_{An}) - 4(l_{n-1} c_{An-1}) + (l_{n-2} c_{An-2})}{\eta_n - \eta_{n-2}} \right] \frac{V_\infty}{2} (\eta_Z - \eta_n) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

beschrieben. Die streifenweisen Ableitungen ergeben sich zu

$$\frac{\partial w_{iZ}}{\partial \alpha_{el,n}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_Z - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma Z} \left[l_n c_{A,\alpha n} + \frac{3(l_n c_{A,\alpha n})}{\eta_n - \eta_{n-2}} (\eta_Z - \eta_n) \right] \frac{V_\infty}{2}, \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{\partial w_{iZ}}{\partial \alpha_{el,n-1}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_Z - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma Z} \left[\frac{-4(l_{n-1} c_{A,\alpha n-1})}{\eta_n - \eta_{n-2}} (\eta_Z - \eta_n) \right] \frac{V_\infty}{2} \quad \text{und} \quad (\text{A.47})$$

$$\frac{\partial w_{iZ}}{\partial \alpha_{el,n-2}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_Z - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma Z} \left[\frac{(l_{n-2} c_{A,\alpha n-2})}{\eta_n - \eta_{n-2}} (\eta_Z - \eta_n) \right] \frac{V_\infty}{2}. \quad (\text{A.48})$$

Zwischenwirbel Für die Berücksichtigung des Triebwerks und bspw. Änderungen des Klappenstellwinkels werden zusätzliche Wirbel entlang des Flügels angeordnet. Die Herleitung für die Randwirbel rechts und links wird entsprechend modifiziert.

Für den linken Rand am Zwischenwirbel wird Gleichung (A.41) zu

$$\begin{aligned} w_{ivL} &= \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_v)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[\frac{V_\infty}{2} l_{vL} c_{AvL} \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{-3(l_{vL} c_{AvL}) + 4(l_{vL+1} c_{AvL+1}) - (l_{vL+2} c_{AvL+2})}{\eta_{vL+2} - \eta_{vL}} \right] \frac{V_\infty}{2} (\eta_{vL} - \eta_v) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

verallgemeinert und gilt für den Bereich $i \geq v_L$. Die Ableitungen folgen damit für die Streifen $j = v_L$

$$\frac{\partial w_{iv_L}}{\partial \alpha_{el,v_L}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_v)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[l_{v_L} c_{A,\alpha v_L} - \frac{-3(l_{v_L} c_{A,\alpha v_L})}{\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L}} (\eta_{v_L} - \eta_V) \right] \frac{V_\infty}{2}, \quad (\text{A.50})$$

für $j = v_L + 1$

$$\frac{\partial w_{iv_L}}{\partial \alpha_{el,v_L+1}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_v)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[-\frac{4(l_{v_L+1} c_{A,\alpha v_L+1})}{\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L}} (\eta_{v_L} - \eta_L) \right] \frac{V_\infty}{2} \quad (\text{A.51})$$

und für $j = v_L + 2$

$$\frac{\partial w_{iv_L}}{\partial \alpha_{el,v_L+2}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_i - \eta_V)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[-\frac{(l_{v_L+2} c_{A,\alpha v_L+2})}{\eta_{v_L+2} - \eta_{v_L}} (\eta_{v_L} - \eta_V) \right] \frac{V_\infty}{2}. \quad (\text{A.52})$$

Der rechte Rand am Zwischenwirbel ergibt sich nach Gleichung (A.45) zu

$$w_{iv_Z} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_v - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[\frac{V_\infty}{2} l_{v_Z} c_{Av_Z} + \left[\frac{3(l_{v_Z} c_{Av_Z}) - 4(l_{v_Z-1} c_{Av_Z-1}) + (l_{v_Z-2} c_{Av_Z-2})}{\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2}} \right] \frac{V_\infty}{2} (\eta_v - \eta_{v_Z}) \right]. \quad (\text{A.53})$$

Daraus folgen die streifenweisen Ableitungen

$$\frac{\partial w_{iv_Z}}{\partial \alpha_{el,v_Z}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_v - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[l_n c_{A,\alpha v_Z} + \frac{3(l_{v_Z} c_{A,\alpha v_Z})}{\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2}} (\eta_v - \eta_{v_Z}) \right] \frac{V_\infty}{2}, \quad (\text{A.54})$$

$$\frac{\partial w_{iv_Z}}{\partial \alpha_{el,v_Z-1}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_v - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[\frac{-4(l_{v_Z-1} c_{A,\alpha v_Z-1})}{\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2}} (\eta_v - \eta_{v_Z}) \right] \frac{V_\infty}{2} \quad \text{und} \quad (\text{A.55})$$

$$\frac{\partial w_{iv_Z}}{\partial \alpha_{el,v_Z-2}} = \frac{1}{4\pi b_h(\eta_v - \eta_i)} \cdot \gamma_{\Gamma v} \left[\frac{(l_{v_Z-2} c_{A,\alpha v_Z-2})}{\eta_{v_Z} - \eta_{v_Z-2}} (\eta_v - \eta_{v_Z}) \right] \frac{V_\infty}{2}. \quad (\text{A.56})$$

Feldmitte Der Abwind in Feldmitte ($1 \leq j \leq n-1$) wird mit

$$w_{i,s} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{j=2 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{b_j}{\eta_i - \eta_j} \frac{1}{b_h} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \Big|_j \right] = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{b_h} \frac{V_\infty}{2} \sum_{\substack{j=2 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{b_j}{\eta_i - \eta_j} \frac{l_{j+1} c_{Aj+1} - l_{j-1} c_{Aj-1}}{\eta_{j+1} - \eta_{j-1}} \quad (\text{A.57})$$

berechnet. Zur Verdeutlichung folgen die ersten Summenterme ausgeschrieben:

$$\sum_{\substack{j=2 \\ j \neq i}}^4 = \overbrace{\frac{b_2}{\eta_i - \eta_2} \frac{l_3 c_{A3} - l_1 c_{A1}}{\eta_3 - \eta_1}}^{j=2} + \overbrace{\frac{b_3}{\eta_i - \eta_3} \frac{l_4 c_{A4} - l_2 c_{A2}}{\eta_4 - \eta_2}}^{j=3} + \overbrace{\frac{b_4}{\eta_i - \eta_4} \frac{l_5 c_{A5} - l_3 c_{A3}}{\eta_5 - \eta_3}}^{j=4}. \quad (\text{A.58})$$

Für die streifenweise Ableitung folgt daraus für $j = 2$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial \alpha_{el,2}} = \frac{\overbrace{b_3 \quad -l_2 c_{A,\alpha 2}}^{\text{aus } j=3}}{\eta_i - \eta_3 \quad \eta_4 - \eta_2} \quad (\text{A.59})$$

und für $j = 3$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial \alpha_{el,3}} = \frac{\overbrace{b_2 \quad l_3 c_{A,\alpha 3}}^{\text{aus } j=2}}{\eta_i - \eta_2 \quad \eta_3 - \eta_1} + \frac{\overbrace{b_4 \quad -l_3 c_{A,\alpha 3}}^{\text{aus } j=4}}{\eta_i - \eta_4 \quad \eta_5 - \eta_3}. \quad (\text{A.60})$$

Es ergibt sich also, sofern vorhanden, je ein Ableitungsterm aus dem vorherigen und dem folgenden Streifen. Allgemein beschrieben folgt für die Ableitung des Abwinds in Feldmitte

$$\frac{\partial w_i}{\partial \alpha_{el,j}} = \frac{V_\infty}{8\pi b_h} \left[\frac{\overbrace{b_{j-1} \quad l_j c_{A,\alpha j}}^{\text{aus } j-1}}{\eta_i - \eta_{j-1} \quad \eta_j - \eta_{j-2}} + \frac{\overbrace{b_{j+1} \quad -l_j c_{A,\alpha j}}^{\text{aus } j+1}}{\eta_i - \eta_{j+1} \quad \eta_{j+2} - \eta_j} \right]. \quad (\text{A.61})$$

Der erste Term entfällt, wie gesehen, für $j = 2$ und der zweite Term entfällt wenn $j = n - 1$. Außerdem entfällt der erste Term wenn $j = i + 1$ und der zweite Term wenn $j = i - 1$. Mit Hilfe dieser Bausteine ist die Gleichung (A.31) auszuwerten. In allen Fällen kürzt sich dabei die Anströmgeschwindigkeit V_∞ heraus. Entsprechend Gleichung (4.91) bzw. (4.92) baut sich die Matrix $\mathbf{K}_{\alpha_i \alpha_{el}}$ auf.

Berichte aus dem Institut für Statik seit 2003

- Nr. 2003-96 B. HÜBNER: Simultane Analyse von Bauwerk-Wind-Wechselwirkungen
- Nr. 2003-97 J. GEISTEFELDT: Stochastische Finite-Element-Methoden mit Anwendung auf aeroelastische Tragsysteme
- Nr. 2003-98 O. KNOKE: Beulwiderstände zusammengesetzter Zylinder-Kegel-Schalen
- Nr. 2005-99 A. KÖLKE: Modellierung und Diskretisierung bewegter Diskontinuitäten in randgekoppelten Mehrfeldsystemen
- Nr. 2006-100 D. DINKLER (HRSG.): Institut für Statik, Lehre und Forschung, 1996-2006
- Nr. 2006-101 A. VEHRE: Ein Reduktionsverfahren für Fluid-Struktur-Wechselwirkung mit Finiten Raum-Zeit-Elementen
- Nr. 2006-102 M. LÖHR: Analyse aeroelastischer Systeme mit Spektralen Stochastischen Finite-Element-Methoden
- Nr. 2006-103 L. ASCHENBRENNER: Mehrkomponenten-Modell zur Beschreibung des Deformationsverhaltens von Asphalt
- Nr. 2006-104 T. ZÜMENDORF: Ein gradientenabhängiges Modell für Schädigung bei viskoplastischem Materialverhalten
- Nr. 2007-105 C. LEPPERT: Mehrphasenmodell für granulare Medien zur numerischen Untersuchung des Phasenübergangs bei der Entleerung von Silos
- Nr. 2007-106 V. KRASE: Stability of Municipal Solid Waste Landfills
- Nr. 2007-107 J. PONTOW: Imperfektionsempfindlichkeit und Grenzlasten von Schalentragswerken
- Nr. 2009-108 M. BECKMANN: Ein gradientenabhängiges Modell für anisotrope Schädigung von Beton unter Berücksichtigung von Porendruck
- Nr. 2010-109 P. SUN: Fluid-Struktur-Wechselwirkung mit aktiver Schwingungskontrolle durch piezoelektrische Materialien
- Nr. 2010-110 J. VELDE: 3D Nonlocal Damage Modeling for Steel Structures under Earthquake Loading
- Nr. 2010-111 K. SCHUSTER: Systemidentifikation und Bauwerksüberwachung mit piezokeramischen Aktuatoren
- Nr. 2011-112 S. BENTE: Interaction of Degradation, Deformation and Transport Processes in Municipal Solid Waste Landfills
- Nr. 2011-113 L. OSTERMANN: Hochtemperaturverhalten von Beton – Gekoppelte Mehrfeld-Modellierung und numerische Analyse
- Nr. 2012-114 B. BRODERSEN: Modellierung des thermo-mechanischen Verbundverhaltens von Asphalt in Straßenaufbauten
- Nr. 2012-115 J. KINDLEIN: Gekoppelte Analyse von Reaktions- und Transportprozessen in Deponiestrukturen

- Nr. 2015-116 F. PASENOW: Modellierung oberflächengekoppelter Mehrfeldsysteme und numerische Analyse rutschender Bodenmaterialien
- Nr. 2015-117 M. SCHAUER: Ein effizienter gekoppelter FEM-SBFEM Ansatz zur Analyse von Boden-Bauwerk-Interaktionen im Zeitbereich
- Nr. 2016-118 A. ALFARRA: Numerische Analyse von Bauwerk-Wind-Wechselwirkungen mit RANS-Turbulenzmodellen
- Nr. 2016-119 S. REINSTÄDLER: Modellierung und numerische Analyse der Entleerung von dünnwandigen Silos
- Nr. 2016-120 F. CRAMER: Mehrfeld-Modell für chemisch-physikalische Alterungsprozesse von Beton
- Nr. 2018-121 T. BLUME: Mikromechanisch begründete Modellbildung des thermomechanischen Werkstoffverhaltens von Asphalt
- Nr. 2018-122 F. OCKELMANN: Modellierung und numerische Analyse von Beton und faserverstärktem Ultrahochleistungsbeton mit der Diskrete Elemente Methode
- Nr. 2019-123 A. GAFOOR: Modeling and numerical analysis of damage behavior of concrete
- Nr. 2019-124 H.-H. HERMERSCHMIDT: Entwicklung eines Berechnungsmodells zur Untersuchung der Strömungsvorgänge an Überfallschütz und drehendem Schaufelwasserrad
- Nr. 2019-125 C. FLACK: Mehrfeldmodellierung von Beton mit diskreten Element Methoden
- Nr. 2020-126 S. KERN: Imperfektionsempfindlichkeit ausgesteifter Schalentragerwerke
- Nr. 2021-127 I. KRUKOW: Flatterverhalten eines Flügels mit Coanda-Klappe
- Nr. 2021-128 N. NEUERT: Ein reduziertes Modell zur Untersuchung der Aeroelastizität von Tragflügeln mit Hochauftriebssystemen

Sonderdrucke

Phänomenologische Modelle für Werkstoffe des Bauwesens.

Hermann Ahrens zum 60. Geburtstag (1998).

Herausgeber: D. Dinkler, U. Kowalsky.

Baustatik-Baupraxis 8.

Berichte der Fachtagung am 21. und 22. März 2002 in Braunschweig.

Herausgeber: D. Dinkler.

Institut für Statik, Technische Universität Braunschweig

Beethovenstraße 51, 38106 Braunschweig, Deutschland

Telefon +49 (0)531 / 391-3667, Telefax +49 (0)531 / 391-8116

E-Mail statik@tu-bs.de, Homepage <https://www.tu-braunschweig.de/statik>